

UNIVERSITÉ DE PROVENCE (AIX-MARSEILLE I)

**NOTE DE SYNTHESE
pour l'Habilitation à Diriger des Recherches**

présentée par

Alain MERCIER

**SUR L'ESPACE-TEMPS DIDACTIQUE
ETUDES DU DIDACTIQUE, EN SCIENCES DE L'EDUCATION**

le jeudi 7 janvier 1999, devant la commission d'examen composée de

Guy BERGER, Université de Vincennes (Paris VIII)

Jean-Jacques BONNIOL, Université de Provence (Aix-Marseille I)

Samuel JOHSUA, Université de Provence (Aix-Marseille I)

André ROUCHIER, IUFM d'Aquitaine

Maria-Luisa SCHUBAUER-LEONI, Université de Genève

Remerciements

Je remercie Samuel Johsua, dont l'attention est toujours généreuse. Il m'a encouragé à préparer et à présenter ce travail, soutenant ma progression de ses critiques positives. La rédaction de cette note doit beaucoup à son écoute et à notre amitié, qui m'a accompagné tout au long de mon parcours de chercheur.

Je remercie Jean-Jacques Bonniol, qui m'a accueilli au CIRADE il y a plus de dix ans, qui m'a toujours donné l'occasion d'aller de l'avant et qui a accepté de rapporter sur cette note. Je suis reconnaissant à Guy Berger d'avoir accepté non seulement d'être membre de mon jury mais encore d'y tenir la position de rapporteur externe. Nos collaborations de ces dernières années m'ont appris que les questions aiguës de Maria-Luisa Schubauer-Leoni ouvrent toujours des espaces nouveaux à la recherche, je la remercie de sa présence dans ce jury, en rapporteur externe, elle est un encouragement à poursuivre. André Rouchier manifeste depuis longtemps de l'intérêt pour mon travail, nos interactions ont toujours été fructueuses, je le remercie d'être membre de ce jury.

Je citerai tout spécialement Guy Brousseau, à qui je dois non seulement la direction de mon DEA et de ma thèse, mais l'essentiel des questions que je pose ici. Il est pour moi l'exemple vivant de la rigueur et de la créativité dans la recherche. Sa disponibilité chaleureuse m'a permis d'aller de l'avant dans les moments de doute et j'espère que sa fréquentation m'aura appris comment communiquer aux étudiants l'enthousiasme et l'éthique nécessaire au chercheur.

Je ne saurais remercier nominalelement tous ceux avec qui j'ai collaboré tout au long de vingt ans de travail en didactique des mathématiques et la bibliographie de cette note ne rend pas leur dû à tous ceux à qui je suis redevable parce qu'ils ont pris part aux débats souvent vifs mais toujours revigorants qui font une grande part du plaisir que j'ai pu prendre à entrer avec eux dans le métier de chercheur. Une longue fréquentation, presque quotidienne, d'Yves Chevallard et de l'équipe de l'IREM qu'il animait m'a permis d'acquérir le principal de ce que je sais du métier de chercheur ; son questionnement novateur m'a ouvert le champ de recherches que j'explore aujourd'hui. Je citerai ensemble tous les membres de l'Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques, les participants aux Ecoles d'été et au Séminaire National de Didactique des Mathématiques, les chercheurs d'autres disciplines des Sciences de l'Education avec qui j'ai pu collaborer et mes collègues de l'IUFM en Formation disciplinaire ou générale, initiale et continue, avec qui nous abordons chaque jour des questions nouvelles. Je citerai enfin avec reconnaissance tous les étudiants dont j'ai eu la chance de diriger l'entrée dans la recherche en Sciences de l'Education : ils m'ont tant appris ; j'espère que le texte même de cette note rend grâce à leur apport.

Je ne peux oublier Cédric, qui fut malgré lui mon premier sujet d'intérêt : il produisit des épisodes de sa biographie didactique si remarquables, qu'ils figurent en bonne place dans ma thèse et qu'ils sont pour moi comme les emblèmes des questions que j'étudie aujourd'hui encore. Pour sa part, Evelyne a dû s'adapter à la transformation progressive de l'amateur éclectique de faits divers et sociaux qu'elle avait épousé, en chercheur : embarquée dans cette histoire pour le pire comme pour le meilleur, elle a su accompagner, de manière critique et pertinente, toujours solidaire, l'émergence d'un questionnement imprévu et envahissant ; qu'elle en soit, en ce lieu, affectueusement remerciée.

Note de Synthèse

SUR L'ESPACE-TEMPS DIDACTIQUE

Études du didactique, en Sciences de l'Éducation

La note présentée ici est organisée de manière traditionnelle, en deux parties principales d'ampleur inégale. L'une, intitulée *Parcours personnel dans un champ de questions*, est plutôt orientée sur le trajet réalisé, l'autre, intitulée *Synthèse des problèmes d'un domaine de recherches*, présente les trajectoires aujourd'hui imaginées.

J'expose donc, dans la première partie, les temps de la création de mon questionnement personnel en didactique des mathématiques. C'est une reconstruction de 90 pages qui commence avec l'entrée dans la problématique didactique sous le titre : *Didactique d'un corps de savoirs*, et qui se poursuit par l'identification des dimensions principales du didactique : *L'espace-temps didactique scolaire, premières approches* puis par la recherche de leurs déterminations institutionnelles : *La relation didactique et l'institution scolaire*. L'exposé biographique permet une première acculturation avec les systèmes conceptuels les plus largement utilisés et débattus en didactique des mathématiques, tels qu'ils sont proposés par Guy Brousseau (la théorie des situations didactiques) puis par Yves Chevallard (l'approche anthropologique du didactique) et utilisés dans mes travaux personnels.

J'ai alors développé des techniques d'attaque des problèmes didactiques par le moyen de l'approche biographique, qui est rapidement apparue comme une méthode de recherche originale à plusieurs titres. *Le problème de l'intervention pour l'observation* en présente la nouveauté méthodologique. Cette méthode a produit de nouveaux questionnements : *Les théorisations du didactique, questions relatives au savoir*, et *Les théorisations du didactique, questions relatives aux sujets*. La méthode a débouché sur des recherches, nouvelles en didactique des mathématiques, relatives aux institutions et à leurs effets sur les sujets : *Des épisodes aux trajets didactiques, mémoires et identités*. La conclusion de cette première partie montre donc mon point de vue per-

sonnel sur un certain état du champ : *Un domaine de recherches ouvert, le didactique*.

La deuxième partie, où j'expose sur 40 pages une *Synthèse des problèmes d'un domaine de recherches*, propose tout d'abord d'interroger la consistance des questions produites et des résultats obtenus. C'est un travail nécessaire, car les dispositifs expérimentaux et les systèmes d'interprétation que j'ai été amené à utiliser empruntent à la fois aux deux systèmes de questionnement et d'interprétation de Chevallard et de Brousseau : de ce fait, les études que j'ai menées ne peuvent s'inscrire dans le cadre d'une seule des théorisations utilisées. Dans le cas des pratiques ordinaires de recherche en didactique des mathématiques, ces deux théories ne risquent pas d'apparaître contradictoires, puisque leurs analyses ne se développent pas sur un même découpage de la réalité, mais toute pratique de recherche qui amène à croiser les interprétations et qui ne retient pas l'une des entrées comme le moyen premier de définition de son objet, court le risque de la non-consistance. Pour travailler cette question (et afin de développer sereinement les travaux que permet l'approche biographique des phénomènes institutionnels), je propose un exposé en deux temps principaux, qui se fondent sur une introduction où sont reprises les notions centrales de "situation" et de "didacticité" sous le titre *Les savoirs et le didactique*.

Ensuite, le premier temps (*De l'épistémique au didactique, l'organisation de l'étude*) propose une nouvelle visite des questions introduites dans la première partie : *L'étude et l'organisation de l'étude*, puis *Les organisations didactiques de savoirs*, enfin *De l'écologie des savoirs aux organisations pour l'étude*.

Le second temps (*Questions relatives aux savoirs*), propose enfin une ouverture sur les questions théoriques et pratiques que je compte explorer dorénavant : *L'enseignement, production d'une mémoire collective*, puis *De l'approche biographique à la méthode clinique*, enfin *Savoirs, Institutions didactiques, Education*.

PARCOURS PERSONNEL DANS UN CHAMP DE QUESTIONS

Si tu n'es pas sûr de là où tu vas, n'oublie surtout pas d'où tu viens
dit la sagesse populaire ; or, un chercheur qui sait où il va a déjà trouvé.

C'est pour moi un étonnement toujours renouvelé lorsque des élèves apprennent les mathématiques que l'on devait leur enseigner. Le même étonnement que lorsque je constate avoir appris très précisément les mathématiques que l'on attendait que je sache. Et lorsqu'il m'est arrivé de m'apercevoir que je n'avais pas abouti au point du rendez-vous donné par le professeur, ou lorsque j'ai dû accepter mon incapacité à mener à son terme l'effort d'apprendre un savoir qui résistait, je n'en ai pas moins été surpris : car chaque fois, je n'ai pas su d'avance quel serait pour moi le geste d'étude efficace, s'il serait semblable à celui qui a réussi pour un autre savoir et s'il me permettrait le partage des mathématiques apprises. L'échec, qui est le risque de toute étude, pose problème ; mais la réussite n'est pas, dans son principe, moins incompréhensible. Elle pose deux fois problème : dans sa dimension individuelle - Untel apprend ce que savait Telautre - comme dans sa dimension sociale - tous apprennent à peu près la même chose : Telautre peut reconnaître son savoir dans celui d'Untel. C'est pourquoi le lien du professeur à l'élève est sans doute l'objet premier de toute recherche sur l'enseignement et l'apprentissage. On remarquera cependant qu'il ne se présente pas de terme usuel pour désigner à la fois les deux formes scolaires de rapport au savoir : c'est le premier usage du terme nominal *didactique* qui nomme ensemble l'organisation de l'étude et le résultat de l'étude. Telle est la question par laquelle je suis entré dans le domaine de recherche qu'est devenue la didactique des mathématiques.

Cette première question est associée avec une deuxième, que voici. Vingt-cinq ans d'expérience comme professeur de mathématiques en collège puis en lycée m'ont permis de constater qu'il est difficile de devenir un professeur ordinaire, même dans une discipline bien identifiée comme les mathématiques qui, étymologiquement, sont pourtant *matanein*, " ce qui s'enseigne ". Chaque professeur a l'impression d'exercer le métier d'une manière qui lui est absolument personnelle, dont il lui est d'autant plus impossible de rendre compte qu'il pratique dans le lieu clos de " sa " salle de classe ; cette manière tient-elle tout entière aux caractères personnels du rapport de chaque professeur à la

discipline qu'il enseigne ? Cela donnerait à croire que cette discipline officiellement dépersonnalisée perdrait pratiquement toute dimension objective par l'intervention du geste d'enseignement qui en désigne les objets.

Ainsi, chacun croit penser et pratiquer les mathématiques à sa manière, - et ceux qui ont tenté de faire partager leur compréhension ont de bonnes raisons de le croire. Mais tous peuvent dans le même temps éprouver à quel point les mathématiques sont, depuis toujours, les pensées ou les moyens de penser les plus universellement partagés. L'unité - qui semble paradoxale - de ces deux propriétés ne tiendrait-elle pas à la propriété caractéristique des mathématiques - être ce qui s'enseigne ? L'unité vient-elle du fait que les mathématiques sont un savoir détaché des conditions de son usage, qui peut être présenté comme un objet - que l'on peut alors apprivoiser à loisir. Les idées associées suivantes : que certains objets peuvent être signalés, " désignés pour les faire savoir¹ ", *didaskein*, par un professeur (qui porte ce dessein en organisant un " temps du loisir ", *skholê*, où pratiquer un " jeu sérieux " *spoudaios paizen*) correspond au second usage du terme *didactique*, comme adjectif qualifiant les conditions de l'étude. Ce que didactique ne désigne donc pas d'emblée, c'est le cœur même de l'activité : ce rapport si particulier d'un sujet à un objet qu'est *l'étude* : l'étude, l'existence possible de l'étude, nomme en effet le problème que pose le dessein, formé par un sujet, de faire changer le rapport à un objet d'un autre sujet - fut-ce lui-même.

La *direction d'étude* nomme alors le second problème didactique posé ici. Peut-on imaginer qu'il soit possible à un professeur d'apprendre d'un autre professeur les manières du signalement efficace ou faut-il penser qu'elles sont relatives au rapport de chacun d'eux aux contenus disciplinaires qu'il désigne, à ses classes et à leurs élèves ? Les textes officiels, qui décrivent à la fois les objets d'enseignement, leurs formes scolaires et les moyens de les faire venir à l'existence, ne peuvent trouver une quelconque pertinence si la formation d'une manière d'enseigner est nécessairement le fait singulier de chacun et si elle est l'effet d'un acte posé pour soi seul par chacun de ceux qui s'engagent dans le métier. Je considérerai donc qu'enseigner relève officiellement d'une technique, au sens de Mauss (1936 ; 1967), c'est-à-dire d'une manière de faire outillée, socialement reconnue et validée (ce que Mauss, qui s'intéresse ici aux techniques des sociétés exotiques, décrit en disant qu'une technique est une manière de faire traditionnelle et efficace). Pourtant les textes qui définissent l'action enseignante attendue par le législateur sont réputés insuffisants, à ce point que les professeurs d'expérience feignent de les ignorer superbement. C'est qu'il y a un tour de main que la description officielle des dispositifs et

1 Selon le Dictionnaire historique de la langue française (Rey 1992), le terme provient du grec tardif *didaktikos*, du verbe *didaskein*, faire savoir, qui est lui-même probablement issu du radical *dns*, dessein. Toutes les références étymologiques de ce texte en sont issues.

techniques ne donne pas. La technique ne se suffit pas à elle-même. Enfin, pourquoi chaque professeur ressent-il avec tant de force le poids de la classe qu'il enseigne, au point que les meilleurs d'entre eux sont seulement ceux qui ont incorporé le sentiment de ce poids pour former des habitudes adaptées à sa présence permanente, ceux qui savent le poids du métier - en un sens de savoir proche du sens de ce verbe en psychanalyse : on *sait* lorsque l'on a éprouvé en soi-même les effets de l'inconnaissable.

Il peut sembler illégitime de penser que les questions relatives à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et celles relatives à la formation au métier de professeur de mathématiques ont quelque ressemblance. Construire des liens entre les points de vue de la formation au métier de professeur et de l'éducation de l'élève ne va pas de soi, cela nécessite l'abandon des deux positions ordinaires du mode de pensée commun. D'un côté, le mode de pensée commun cherche l'essence des choses et des êtres ; il affirme par là même leur différence irréductible des choses différentes, alors qu'il faudrait penser leurs systèmes d'interrelations pour comprendre chacune d'elles. Mais parfois, à d'autres moments, la pensée commune amalgame les choses en une même essence, pour affirmer que la connaissance de l'une suffit à donner barre sur l'autre : puisqu'elles sont similaires. Cependant, la rencontre des premières études en didactique des mathématiques¹ m'a amené à nourrir l'ambition de comprendre à la fois les déterminations du métier d'enseignant de mathématiques et les conditions de l'efficacité dans l'étude de cette discipline. Cela m'a poussé dans la voie de la recherche sur l'ensemble de ces phénomènes qui relèvent de ce que les premiers chercheurs dans les IREM, venus comme moi des mathématiques et de leur enseignement et réunis en une "communauté" de recherche² encore informelle, nommèrent bientôt des *phénomènes didactiques*. Ils englobaient ainsi dans un même espace de problématisation l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques observés du point de vue de leurs effets sur les mathématiques elles-mêmes. C'est en effet ce principe³ qui permet à la fois le travail des interrelations entre ce qui s'enseigne et ce qui s'apprend, et l'identification de ce qu'il est nécessaire de distinguer pour reconnaître les positions différentes, dans l'étude, de

1 Lorsque Guy Brousseau a mis en place un Diplôme d'Etudes Approfondies dans le cadre de la formation doctorale mathématique de l'université Bordeaux I, en association avec la faculté des sciences de Luminy, Université d'Aix-Marseille II.

2 En France, les premiers didacticiens des mathématiques s'organisèrent non pas en une association mais en un "collectif" de membres fondateurs, ils se nommaient, entre eux, comme "la communauté" : c'est sans doute un signe de leur faiblesse institutionnelle.

3 Cet effort a souvent été réduit à l'ostension d'un schéma triangulaire. Le triplet (professeur P, élève E, savoir S) des éléments nécessaires à l'existence d'un *système* didactique nommait une relation ternaire, il est devenu un "triangle", analysé en relations binaires (E,S), (P,E), (P,S) et dénoncé comme fétiche, concurrent du "triangle pédagogique" de Houssaye.

professeur et d'élève.

Je présente d'abord ici ce double questionnement sous une forme non problématisée, pour en garder la force questionnante et montrer la manière dont la didactique des mathématiques va le faire travailler.

- Tout d'abord, pourquoi les meilleurs professeurs de mathématiques procèdent-ils si généralement d'une manière systématiquement mise en cause ? Ils sont pourtant l'objet des critiques unanimes des pédagogues et ils sont souvent la cible implicite des "textes officiels" comme des "textes de réflexion" sur l'enseignement. C'en est au point que l'on est en droit de s'interroger : peut-on vraiment "changer l'enseignement" pour faire vivre les formes idéales que décrivent les alchimistes du rapport pédagogique et les "grands pédagogues", comme les nomme ironiquement Charbonnel (1991) ?

- Cela ouvre sur la seconde question. Si les professeurs enseignent si mal, comment est-ce que certains élèves arrivent malgré tout à apprendre des mathématiques ? Pourquoi ces mathématiques que, selon l'école, ils apprennent, ont-elles malgré tout la double efficacité d'un savoir (celle d'un pouvoir sur des objets du monde et celle d'une reconnaissance sociale a priori de ce pouvoir) ?

Mais l'identification de la portée ou de la difficulté des questions que l'on pose n'est pas chose aisée. Pour moi, les meilleures questions ont été celles dont la maturation a été la plus lente, car elles ont pu nourrir longtemps des projets de recherche. Celles-là continuent à le faire. De l'une à l'autre, il y a un espace dont l'exploration et le balisage ont appelé l'effort tantôt individuel, tantôt collectif, de nombreux chercheurs. Car cet espace était et demeure trop souvent l'impensé des discours internes et externes sur l'école et sur les phénomènes dont elle est le lieu. La connaissance s'en gagne en inventant ses propriétés générales.

L'espace didactique est le lieu des choses didactiques. L'étudier, c'est aller contre l'idée que les choses didactiques sont naturellement comme elles sont : or, il n'a pas manqué d'excellents esprits se risquant à expliquer que l'enseignement est un métier impossible, que les bons élèves n'ont que faire d'enseignants, qu'on est naturellement un bon ou un mauvais professeur, qu'il y a un don pour les mathématiques, que les professeurs n'utilisent pas les ordinateurs parce qu'ils ne sont pas formés, ou parce qu'ils ont du matériel obsolète, etc. La croyance en l'existence des lions ailés et des dragons cracheurs de feu va de pair avec la naturalisation de l'existant, qui constitue sans doute le premier des obstacles épistémologiques. En didactique des mathématiques comme en mathématiques, en chimie ou en écologie, la renonciation à la toute puissance de l'imagination sans contrôle et à l'immédiateté de la sensation est le coût de la connaissance, qui donne aux hommes le pouvoir sur les choses en

leur donnant des outils pour penser. Pour qui cherche à savoir, contre les allant-de-soi du réel et les prêt-à-penser institutionnels, les choses naturelles deviennent des phénomènes et les propriétés de l'espace qui en est le lieu deviennent les contraintes qui commandent aux formes possibles.

Cependant, ce chemin est difficile. Ainsi, on n'observe en général qu'une forme à la fois et on ne sait pas quelle est la propriété pertinente qui différencie deux formes paraissant distinctes. De ce fait, chaque forme étudiée risque à son tour de paraître avec la force de l'évidence et n'importe quelle autre forme imaginée paraît possible avant d'avoir été étudiée¹. A ses commencements c'est un travail de titan : une forme observée doit être analysée puis reconstruite pour être, enfin, connue par le système des contraintes qu'elle satisfait - ce que les écologistes nomment sa niche dans un écosystème - car l'enjeu de la recherche est la connaissance de l'écosystème, bien plus que des organismes qui y trouvent place et qui y réalisent un certain type d'interrelations. La viabilité d'une forme imaginée ou d'un organisme observé doit être étudiée par ailleurs, dans chacun des habitats qui lui est proposé : c'est une problématique seconde.

1 Ainsi, *Le songe de Polyphile* marque, à la Renaissance, les rêves de jardins et de bâtiments qui pousseront au développement de l'architecture (fondée sur la perspective) et du travail de l'ingénieur (fondé sur le calcul et la géométrie de l'espace). Mais les réalisations de ces arts techniques, qui obéiront à d'autres lois de construction, finiront par disqualifier les savoirs et les rapports au monde qui avaient permis cette rêverie créatrice.

Didactique d'un corps de savoirs

L'espace didactique, c'est d'abord bien sûr l'espace de l'action des élèves, mais c'est aussi sans aucun doute l'espace correspondant de l'action des professeurs. C'est pourquoi il s'étudie d'abord comme espace des stratégies développées par les acteurs des jeux de l'enseignement et de l'apprentissage. Mais on s'aperçoit bientôt que c'était tailler trop étroit dans le tissu social, pour comprendre les phénomènes liés aux institutions didactiques. Car de même que derrière la stratégie d'un élève il faut trouver l'espace qui commande les stratégies possibles pour des élèves différents, derrière une forme institutionnelle à enjeu didactique il faut trouver l'espace qui commande aux formes institutionnelles possibles dans des organisations sociales différentes. L'espace didactique est donc l'espace des stratégies possibles pour des acteurs définis par ces formes de rapports aux objets de savoir que l'on nomme *enseigner* et *apprendre*. Plus largement, la construction du problème anthropologique dont l'école observée est une solution est, avec la construction du problème dont la situation observée est une solution, le double passage nécessaire pour problématiser les *questions naïves* posées comme entrée en matière.

C'est je crois le programme que nous ont donné les fondateurs des deux lignes théoriques de l'école française de didactique des mathématiques qui se sont avérées les plus productives pour moi, la théorie des situations didactiques (Brousseau 1982a ; Brousseau 1986a ; Brousseau 1995a), et la théorie anthropologique des institutions didactiques (Chevallard 1980 ; Chevallard, 1988a ; Chevallard 1992). Je dois dire ici que Gérard Vergnaud a conduit, avec le travail sur les schèmes et sur les champs conceptuels, un dialogue difficile avec la théorie des situations comme avec la théorie anthropologique des institutions ; ce faisant, il a généralisé l'approche didactique à ce qu'il a nommé *la didactique professionnelle* et c'est à lui que je dois d'avoir osé m'intéresser à un ensemble de questions qui ont très fortement enrichi ma réflexion. Pourtant, je ne traiterai pas de didactique professionnelle dans le cadre des théories de Vergnaud : c'est une question de cohérence de l'appareil théorique qui fait que son apport théorique est, pour moi, plus un moyen remarquable d'ouvrir le questionnement anthropologique, qu'un *système d'explication*. Cette remarque me permet de rendre compte de l'intérêt que je vois à travailler dans le cadre d'une théorisation bien identifiée, mais dans le cadre d'un questionnement large, et de commencer à argumenter l'intérêt du travail didactique *en sciences de l'éducation* : élargir l'espace du questionnement n'est jamais seulement l'effet du développement autonome d'une théorisation et (en mathématiques

comme en didactique) les problèmes nouveaux ne viennent pas toujours d'un réel de première prise, ils sont souvent le produit de la théorisation d'une institution de recherche travaillant sur un autre domaine.

L'espace-temps didactique scolaire, premières approches

L'originalité du questionnement didactique s'est légitimée de la pertinence des problèmes qu'il a pu construire, contre le sens commun. Les concepts de *situation* et de *contrat*, d'*institution* et de *transposition*, nomment aujourd'hui les acquis de la théorisation, en didactique des mathématiques comme en didactique des " sciences de la nature " en général : je ne rentrerai dans aucune polémique sur la généralité des théorisations produites en didactique des mathématiques, car j'espère montrer comment des études locales peuvent servir à identifier des phénomènes généraux pour produire les concepts les plus larges possibles, et comment il est nécessaire d'étudier l'extension d'une théorisation en explorant à l'aide de ses concepts les plus généraux chacun des lieux et des problèmes particuliers qui se présentent à l'examen : c'est là pour moi l'un des critères *sine qua non* d'une démarche de science. Didactique sera parfois employé à la place de didactique des mathématiques, et en didactique des mathématiques nous rechercherons toujours les systèmes de concepts les plus généraux, parce que ce sont les plus utiles même lorsqu'on n'en a que des usages locaux : tous les mathématiciens le savent. Mais les généralisations de l'usage des résultats de la didactique des mathématiques à d'autres organisations de savoirs disciplinaires risquent de ne pas être légitimes, parce que les résultats dépendent toujours des propriétés particulières des problèmes abordés et par exemple, en didactique des mathématiques même, les résultats dépendent des organisations mathématiques particulières aux institutions où se mènent les observations. Or, ces organisations commandent aux actions des sujets institutionnels et aux problèmes qu'ils se posent : des études de cette question dans le cas de savoirs professionnels seront présentées en conclusion.

Les acquis des études didactiques se soient produits dans un domaine que les sciences humaines universitaires avaient en grande partie abandonné, désespérant par avance apporter, à la connaissance des phénomènes de l'éducation, plus qu'une opinion autorisée. Ainsi, le père de la psychanalyse déclare que l'enseignement est " un métier impossible ", sans dire qu'on pourrait entreprendre à ce propos un travail de compréhension semblable à celui que la psychanalyse entreprend pour la question du soin ; le père de la sociologie déclare que l'enseignement est " un art de l'action " sans dire qu'on pourrait entreprendre à ce propos un travail de compréhension des conditions de l'action semblable à celui qu'il entreprend pour le phénomène religieux ; et pour leur part, les grands ancêtres de la psychologie annoncent que " l'important est que

les élèves apprennent”. Il faut reconnaître que ces déclarations, qui sont à l’origine des renoncements que je dénonce ici, ont été le fait des plus grands penseurs des sciences humaines : Durkheim tend à définir la pédagogie (qu’il enseigne) comme l’art d’éduquer soit, dans le meilleur des cas, l’art d’appliquer au mieux les connaissances produites par une science générale du social¹ et après lui, certains discours sur la trop grande complexité du domaine de l’éducation ressemblent à ceux que relève Foucault (1963) sur “ la complexité biologique d’un humain ” qui semblait - il y a seulement deux siècles - “ l’objet impossible d’une étude médicale scientifique ”. Il faut évoquer avec plus de soin l’affirmation de Freud sur les trois “ métiers impossibles ” : soigner, éduquer, gouverner (Freud, 1987, p. 263). Le sens en est sans doute que, comme le soin et le gouvernement, l’éducation ne peut être réduite à une technique, parce qu’elle est fondée sur une injonction paradoxale qui peut se dire ainsi “ Fais ce que je te dis et fais-le ainsi parce que tu l’auras décidé librement ”. Ou encore, dans le domaine didactique, “ Montre-moi que tu penses par toi-même (en personne autonome) ce que je te montre que tu dois penser (parce que tu es mon élève) ”. Sans doute, le travail d’investigation opiniâtre que Freud a mené ne laisse-t-il pas de doute sur son avis quand à la possibilité de penser théoriquement le soin jusque dans ses dimensions les plus difficiles ; mais parfois ses épigones, emportés par le discours apologétique, commencent par mettre l’accent sur l’importance du contre-transfert dans les “ métiers impossibles ” qui fait que l’on peut être sûr d’avance d’un écart entre *finalité* et *effet* - ce en quoi on peut les suivre sans difficultés, théoriquement tout aussi bien que par un savoir d’expérience - et bientôt ne sont pas loin d’affirmer que la tentative de former une connaissance rationnelle de l’action éducative ne serait que l’effet de méconnaissance d’un contre-transfert épistémologique. Les épigones de Freud, qui ne s’interdisent pas de théoriser à l’infini sur l’inconscient et ses effets dans les institutions humaines, déclarent par exemple que la tentative d’une connaissance rationnelle de l’éducation relèverait par principe d’un “ schéma fins-moyens ” (Imbert, 1994) ne pouvant mener qu’à “ la mutilation des sujets qui s’y trouvent impliqués ” (Imbert, 1996).

1 On remarquera combien la question des savoirs concrets effectivement transmis à l’occasion de la fréquentation des écoles semble toujours accessoire au sociologue. Il y a quelques jours seulement, lors d’une réunion sur la recherche à l’IUFM d’Aix-Marseille, F. Dubet désignait les travaux de Chevallard, Johsua et quelques autres sous le terme générique de “ pédagogie appliquée ”. Comme si personne n’envoyait jamais ses enfants à l’école au collège puis au lycée que pour qu’ils se frottent à des pratiques sociales quelconques et indéfinies, spécifiées par cette seule propriété d’êtres *de distinction* : l’école (gratuite, elle assure la socialité minimale) les jours ouvrables, indifféremment avec les scouts, les éclaireurs, les centres aérés du mercredi et la pratique d’une activité de loisir culturelle et/ou sportive le week-end, etc. (plus ou moins coûteuses, ces activités distinctives correspondent à des suppléments spécifiés de socialisation choisis selon les habitus de classe ou de sexe qu’elles évoquent et qu’elles construisent).

D'autres encore écrivent ouvrages et articles pour affirmer en fin de compte que les transferts du champ éducatif sont d'une complexité impossible à penser.

Nous n'affirmerons pas que les avancées produites par les travaux didactiques - qui ouvrent un champ de recherches inédit - auraient vocation à régler l'ensemble des questions que les sciences de l'homme et de la société peuvent poser sur les espaces didactiques : tout au plus, du point de vue des autres sciences humaines, les progrès des didactiques permettent-ils d'ouvrir à nouveau les dossiers de certaines enquêtes qui n'avaient pas abouti parce que plus personne n'osait les tenter. Je montrerai par exemple (Mercier, 1996a ; 1998b), qu'une construction théorique aussi sommaire que la théorie du temps didactique permet de comprendre comment le paradoxe principal de toute injonction didactique (dont une des variantes avait été identifiée, déjà, par Socrate (Platon, 1966), comme un sophisme destiné à justifier la paresse intellectuelle) est résolu dans la pratique quotidienne des classes de mathématiques. La position anti-scientifique sur l'éducation est telle qu'en leur moment inaugural, les Sciences de l'Education elles-mêmes sont nées comme filière d'enseignement, regroupant dans une licence spécifique les enseignants-chercheurs intéressés à l'objet *éducation* du point de vue d'une science déjà constituée (histoire des objets de l'éducation, philosophie des fait d'éducation, sociologie du système d'éducation, psychologie du rapport éducatif, anthropologie des institutions éducatives, psychanalyse de l'acte éducatif, etc.). Le nom même qu'il s se sont donné le montre, ils ne sont pas les chercheurs d'un domaine scientifique déterminant leur discipline, comme par exemple, l'éducation.

On peut alors comprendre que la réouverture du champ de recherches qui s'est identifié sous le terme de *didactique* soit venue d'ignares, mathématiciens, physiciens ou autres scientifiques naïfs, insensibles aux interdictions réelles ou supposées des pères fondateurs des sciences de l'humain comme à celles des psychologues expérimentalistes qui se refusaient à sortir du laboratoire. A ces scientifiques, la complexité du monde social ne semble pas supérieure à celle du monde matériel ou biologique : ils ont pu voir par expérience comment la limite du pensable tient aux outils expérimentaux et théoriques par lesquels la pensée s'approprie de nouveaux secteurs et ouvre de nouveaux domaines ; ils ont pu apprendre l'humilité de ceux qui savent que l'on ne peut jamais développer que des modèles du monde avec lequel des hommes sont entrés en rapport, qui savent aussi que ces modèles dépendent des formes de rapport expérimental pratique que les hommes utilisent ou qu'ils inventent et réalisent (Johsua, 1997).

Pour autant, les avancées didactiques ne règlent pas les problèmes que d'autres systèmes de questionnement avaient produit. Par exemple, une approche microsociologique ou psychosociologique des phénomènes scolaires at-

teint des points aveugles pour la didactique des mathématiques. Ils sont en quelque sorte le prix du progrès réalisé par les didacticiens. - D'abord, la concurrence des élèves cherchant à s'approprier à leur profit la valeur scolaire, ou cherchant à faire valoir dans la classe les valeurs non scolaires qu'ils possèdent est un impensé du concept de contrat didactique : ses effets différentiels (Schubauer-Leoni, 1986b).

- D'autre part, l'activité scolaire demande une activité cognitive personnelle des élèves et fait souvent appel à leur capacité d'imagination créatrice, comme à celle du professeur (Broccolichi, 1994).

Ces dimensions impensées sont certainement, aujourd'hui, des points de résistance au progrès de la théorisation. Ils sont à la didactique des mathématiques ce qu'est aux sciences humaines classiques l'analyse d'un contenu de savoir et de l'organisation particulière de l'étude que chaque contenu de savoir suppose - des problèmes que les approches non didactiques éludent toujours. Mais nous ne pouvons encore dire s'il sera possible d'unifier, dans l'un des cadres conceptuels fournis par les didactiques ou les théories du sujet, des institutions et des sociétés, les approches non didactiques du didactique avec les approches proprement didactiques, ou si nous devons accepter le fait que les questions didactiques relèvent nécessairement d'une multiplicité de problématisations qu'il nous faudra apprendre à articuler au cas par cas.

Je vais donc présenter d'abord le questionnement didactique, parce qu'en montrant que l'objet élémentaire de toute étude du didactique comprend au moins un professeur, un élève et un savoir, la didactique a désigné l'enjeu de la relation entre professeur et élève comme l'objet de son interrogation. La didactique a, par là même, commencé à constituer un domaine de problèmes nouveaux et donné un sens original à la recherche sur les phénomènes scolaires. Mais dans le premier mouvement de cette note, ainsi que je l'ai fait pratiquement dans les commencements de mes travaux personnels de recherche, je limiterai mon investigation aux formes scolaires de l'étude des savoirs disciplinaires (pour les cas que j'ai étudiés, il s'agit des mathématiques), pour travailler ensuite seulement l'extension de la définition des savoirs, de manière à traiter du cas des savoirs professionnels.

L'espace didactique pour les élèves

L'idée même d'étudier les stratégies des élèves face à une série de questions scolaires est porteuse d'un des gestes fondamentaux constitutifs du champ didactique - comme il l'a été pour d'autres sciences sociales -, l'intérêt porté aux relations plus qu'aux termes même en relation. Ainsi, les stratégies d'élèves observées en classe sont interprétées comme les effets de la relation entre des élèves et des exercices scolaires (Salin, 1976). Cette position épistémologique a été la position inaugurale de Guy Brousseau (1973 ; 1981), mais n'est cependant pas encore assumée avec toute sa force en didactique des mathémati-

ques. Après Elias (1970) on sait qu'elle est un geste fondateur de la plupart des théorisations sociologiques, et qu'elle va à l'encontre du sens commun, qui cherche toujours une interprétation des actes humains en termes de responsabilité donc de volonté individuelle ou collective, supposant par là même que cette volonté s'exerce souverainement ou presque (Gauchet, 1992).

Certes, chacun connaît qu'il en va tout autrement pour lui-même, mais l'idée d'intégrer à l'étude de l'action la part des assujettissements inconnus de l'acteur lui-même demeure sulfureuse à beaucoup : car cette part de l'humain qui échappe à la décision consciente est pour eux la part maudite ; c'est évidemment le mal, la part du démon, qui doit être purement et simplement rejetée de l'espace de la pensée sur l'éducation, parce qu'elle ne permet pas de poser le problème de la responsabilité individuelle des personnes¹. Pour énoncer le plus clairement possible ce problème fondamental en Sciences de l'Éducation, je dirai que penser les contraintes sociales de l'espace des décisions d'un agent ou d'un acteur en termes d'interrelations impensées suppose que l'on ose penser le mal ensemble avec le bien, sans que leur étude conjointe ne comporte de dimension axiologique.

C'est pourquoi je ne dirai pas que l'étude des stratégies des élèves d'une classe de mathématiques consiste à s'intéresser à la production des sujets épistémiques, comme l'affirme Legrand (1996) mais bien plutôt que cela consiste à s'intéresser à la situation de leur action : on étudie ainsi une des réalisations effectives d'un espace didactique scolaire dont on recherche les principales dimensions. En ce sens, toute théorie didactique est pour moi d'abord, très fondamentalement, une *théorie des situations didactiques* (Brousseau 1982b ; Chevallard & Mercier 1984 ; Brousseau, 1986a). Ma toute première étude portait sur une question relative aux stratégies développées par les élèves de l'école élémentaire face à un objet d'enseignement particulièrement étonnant, et le sujet que Guy Brousseau m'avait proposé rencontrait déjà - implicitement - ces questions (Mercier, 1977).

J'enquêtais sur un cas particulier si étonnant, qu'il semble être aujourd'hui un cas d'école. Qu'est-ce qui avait pu, dans l'imaginaire de l'environnement

1 Ce rejet est fortement présent en Sciences de l'Éducation. Ainsi, de nombreux tenants de l'approche complexe des phénomènes sociaux défendent le principe de l'irréductible liberté du sujet humain, qu'ils développent jusque dans ses conséquences les plus radicales. L'Homme - chaque homme et chaque femme - devrait d'abord être pensé comme *auteur* de lui-même et du monde social qui l'entoure : c'est une vision existentialiste pour laquelle la conscience des assujettissements est nécessitée par l'appel toujours présent à la responsabilité absolue de la personne, qui serait le moyen et l'enjeu *sine qua non* de toute Éducation. Hélas ! Une telle position amène, à certains moments cruciaux de l'argumentation, à découvrir plus ou moins explicitement la nécessaire intervention de la Grâce : selon les cas, effet de l'intervention aléatoire de la Divine Liberté, ou effet de la loi marginaliste du Marché Libéral.

du système d'enseignement, pousser à proposer (en une période d'apothéose de la rigueur) l'introduction à l'école élémentaire d'un objet d'enseignement aussi mal bâti (mathématiquement parlant), les opérateurs additifs et multiplicatifs sur l'ensemble des entiers ? Qu'est-ce qui, dans l'épistémologie et dans l'imaginaire des professeurs, permettait qu'ils s'en saisissent avec un zèle si enthousiaste, qu'ils lui inventèrent un nom scolaire : *les machines* ? Qu'est-ce qui aidait les élèves à inventer des gestes d'usage pour ces objets, à tel point que certains leur inventèrent des usages efficaces ? Le tout assurait un tel succès à cet enseignement, qu'il perdurerait plus de dix ans dans les classes de Cours Élémentaire et de Cours Moyen. Longtemps après sa disparition des programmes de l'Ecole Élémentaire lors de la première contre-réforme de 1978, puisque l'on observe sa trace dans des ouvrages scolaires alors qu'il n'était pas même demeuré dix ans comme objet d'enseignement élémentaire¹ ?

Ces objets possèdent une qualité remarquable. Qui les a vus ne serait-ce qu'une fois ne pouvait manquer de les reconnaître, et leur forte sémioticité semblait rendre évident l'essentiel de leur fonctionnement : c'est ce que Bosch (1994a) appelle leur *dimension ostensive*. Cependant, qui tente de modéliser le moindre problème à l'aide de cet outil court à l'échec, leur forme (état initial ; machine ; état final) ne correspondant d'emblée à presque aucun de leurs cas d'usage et ne pouvant aisément être travaillée : c'est ce qu'avec Assude (1992) j'appelle leur *sous instrumentalité*. C'est donc ainsi que j'énonce aujourd'hui le problème que j'ai étudié en 1977 : la grande sémioticité des machines additives correspond à une sous instrumentalité qui rend particulièrement difficile la stabilisation d'une pensée permettant de répondre aux diverses demandes de manipulation dont ces machines étaient l'objet.

Dans un article de l'Encyclopædia Universalis intitulé "Notations", Freudenthal (1968) avait posé cette question à propos des diverses formes de notation des fonctions, pour illustrer un problème mathématique rarement traité comme tel : celui des (bonnes) *notations*, considérées comme les outils de toute pensée mathématique. Les questions que j'étudiais étaient relatives à la composition de deux de ces machines additives (leur *somme*), la technique de calcul variant selon la manière dont chacune d'elles était donnée. Or, j'étais tombé sur un cas d'enseignement remarquable, parce que deux stratégies étaient possibles et deux seulement ; la première correspondait à un suivi de proche en proche des effets de chaque opérateur, allant des addendes à leurs images, la seconde correspondait à la composition directe des opérateurs (additive ou multiplicative, selon le cas). Ces deux stratégies pouvaient se déve-

1 Il figure par exemple dans Chapuis (1989) et, dans leur ouvrage de mathématiques à l'intention des Professeurs d'Ecole, Johsua & Maurin (1993) utilisent comme un préconstruit ce qu'ils nomment un *schéma de raisonnement* qui est comme le fantôme de cet objet.

lopper sans que les situations qui en formaient l'environnement n'en sélectionnassent durablement aucune : elles produisaient toutes deux la réussite complète avec un coût égal, une égale probabilité. L'une des stratégies produisait des gestes mathématiques utilisables plus tard dans l'étude des fonctions. Elle consistait en un retour systématique aux grandeurs sur lesquelles opéraient les machines, la machine composée étant déduite de la transformation globale réalisée dans le cas d'une grandeur particulière : cette stratégie était possible parce qu'une transformation additive produit une variation constante. L'autre stratégie ouvrait sur une révision conceptuelle de la notion de nombre. Elle consistait en un calcul direct sur les opérateurs, calcul dont les règles étaient déduites de l'expérience technique acquise lors de la répétition des exercices traités initialement selon la première stratégie : un phénomène d'apprentissage prévu par la modélisation des situations adidactiques dans les termes de la théorie des jeux à un joueur.

Au terme de ce travail, pour certains élèves, un nombre prenait l'une, l'autre, ou ces deux dimensions à la fois : mesure d'une grandeur et opérateur de transformation. Ce qui pouvait être attesté par le fait que les stratégies observées menaient sur des voies divergentes. Il faut bien dire que l'enseignement, n'ayant identifié aucune des deux stratégies, ne privilégiait aucune d'elles en les laissant toutes deux dans le domaine des choix personnels des élèves et en proposant des exercices qui favorisaient aléatoirement l'une ou l'autre¹.

La condition de la meilleure réussite était semble-t-il celle-ci : il fallait que les élèves se tinssent par principe à la mise en œuvre systématique d'une seule des deux stratégies, renonçant en cela à porter un jugement épistémique sur la situation évoquée par chacune des questions posées, en considérant de fait les divers exercices rencontrés comme un corpus de problèmes relevant tous du même champ de problèmes - ce que garantit en général la permanence du contrat didactique. Car les jugements portés sur les questions posées en exercice pouvaient certes leur montrer que les questions relevaient plutôt de l'une ou l'autre des stratégies, mais dans la liste des exercices posés aux élèves d'une classe, les deux types de questions se succédaient de manière trop erratique pour qu'une des techniques dont un élève pourrait rechercher la maîtrise puisse jamais émerger des aléas d'une étude adaptée cas par cas. On constatait d'ailleurs qu'un élève qui procédait ainsi se trouvait dans l'impossibilité d'apprendre à mener avec assurance les deux stratégies, puisqu'aucun de ceux-là ne réussissait tout les exercices proposés dans l'expérimentation. Je formu-

1 Bien que l'on puisse sans doute dire que d'ordinaire, la seconde stratégie succède à la première. Plus explicitement aujourd'hui, en suivant Bosch (1994), je dirais qu'une stratégie est une manière de manipuler des *objets ostensifs* associés à une interprétation non-ostensive qui donne le contrôle de la manière de manipuler. Le phénomène de coexistence de deux stratégies a été étudié par Ratsimba-Rajohn (1992) et désigné comme une *macule de contradictions*. C'est pour lui l'effet d'un enseignement *par ostension* (Ratsimba-Rajohn, 1977).

lerai ainsi la conclusion : pour la formation des connaissances stratégiques associées aux machines additives, *l'espace didactique était épistémologiquement neutre*, en particulier parce que la répartition aléatoire des différents cas faisait que les manipulations correspondantes pouvaient être réputées équivalentes. C'est un phénomène remarquable, sur lequel je reviendrai pour en développer la portée lorsque je disposerai des outils conceptuels que je vais maintenant présenter ; car cette recherche montrait comment un enseignement développe la dimension épistémologique de l'espace didactique dans laquelle les élèves inscrivent leur trajectoire personnelle.

Les contraintes didactiques scolaires

Dans le même temps, Yves Chevallard dirigeait, dans l'équipe des professeurs du second degré de l'IREM d'Aix-Marseille, trois études autour de questions d'enseignement de l'algèbre qui aboutissaient à des DEA. Mais surtout, son cours sur la transposition didactique, à la Première Ecole d'Été de didactique des mathématiques (dont il était le principal organisateur) proposait une théorisation convaincante du phénomène que j'avais étudié sans en inférer de loi générale. La description qu'il en proposait (Chevallard, 1980) rendait compte de certaines des contraintes auxquelles un objet d'enseignement doit satisfaire pour trouver une implantation réussie dans les classes, et mon étude sur les opérateurs-machines montrait que ces objets répondaient fort bien aux conditions théoriques énoncées : leur seul défaut fut de perdre, avec la contre-réforme de 1978, une légitimité qui reposait trop évidemment sur leur appartenance à la famille des mathématiques modernes (seuls, les *tableaux de proportionnalité*, dont l'objet, le nom et la sémioticité sont plus traditionnels, survivront au mouvement anti-moderniste).

Cependant, bien que près de la moitié du texte du cours de 1980 portât sur la question du temps didactique, ce ne fut pas sur cette découverte que l'attention des chercheurs en didactique se centra. Chevallard disait dans les premiers chapitres ce que tout le monde et chacun savait d'expérience, mais s'il était possible d'accepter ce que j'avais montré sur un cas particulier, parce qu'on pouvait se persuader que le phénomène restait limité, il était bien plus dérangeant de considérer que la transposition didactique était un fait à la fois général et nécessaire. Cela fit scandale : les mathématiques scolaires, affirmait Chevallard, n'ont jamais les mêmes formes que les mathématiques savantes ou que les mathématiques de service. Elles sont en effet séparées des problèmes qui ont motivé l'invention initiale ou qui motivent l'usage actuel des savoirs mathématiques : la légitimité des savoirs scolaires n'est donc jamais qu'une légitimité formelle. La polémique qui s'est alors développée sur ce point a, pendant dix ans, masqué à la plupart des chercheurs ce qui était je pense l'apport essentiel de la théorisation proposée : l'identification de la contrainte

scolaire qui commandait à ce phénomène. En l'espèce, *le temps didactique*, et sa raison d'être, *l'espace didactique*.

C'est est au point que Chevallard lui-même n'a repris, dans sa note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches, ni le travail pionnier qu'il avait développé sur cette question (Chevallard, 1981) dans la lignée directe du cours sur la transposition, ni le travail de développement phénoménoteknique qu'il a mené sur l'enseignement de l'algèbre (durant les années scolaires 1982-1983 et 1983-1984) à l'aide de cette avancée théorique¹. Cependant, la définition du professeur comme *maître du temps*, qui rendait compte de la nécessité didactique de la transposition, identifiait une contrainte didactique pesant sur le travail du professeur. En ce sens, le cours sur la transposition didactique proposait donc *la première théorisation de l'espace didactique capable de rendre compte de l'action ordinaire d'un professeur*.

Ce point d'entrée dans l'étude de l'espace didactique est donc particulièrement séduisant pour le professeur qui s'engage dans la recherche en didactique à partir des questions que j'ai posées en introduction. Car la sensibilité des professeurs à la pression temporelle est presque légendaire. Ainsi, par leur rapport au temps, les professeurs se différencient à la fois des employés, qui ne sont pas maîtres de leur temps de travail, et aux vignerons, qui ne vivent pas l'articulation de plusieurs temporalités et pour qui le temps, c'est de l'argent (Grossin 1974). Quels sont ces caractères spécifiques aux professeurs, en voici les principaux : plus que les autres, les professeurs affirment qu'ils ont vécu dès leur enfance dans les cadres d'un emploi du temps rigide et découpé ; plus que les autres, ils ressentent la perte de temps comme désagréable, et ils n'aiment pas l'imprévu ; plus que les autres, ils déclarent consulter leur montre. Cependant, note Grossin, " ils ne ressentent pas mieux le présent (que l'incertitude de l'avenir) et donnent parfois l'impression de vivre dans une certaine intemporalité : ils ne sont pas installés dans le temps... ils doivent meubler le temps et pour ainsi dire l'engendrer par leur activité jusque dans leurs loisirs et leur vie personnelle... ils n'abandonnent pas le travail pour tomber dans un temps plus distendu mais continuent à produire, indépendamment de la mesure objective, le temps qui constitue leur vie. "

Ce rapport si particulier des enseignants au temps peut s'interpréter en psychologie clinique : il s'agirait par exemple de la conversion professionnelle d'une formation psychologique acquise dans l'enfance, un rapport névrotique au temps ; la remarque sur le cadre de vie de l'enfance des professeurs pourrait aider à valider une telle interprétation. Mais tout aussi bien, cette remarque peut être interprétée comme le signe d'une forme culturelle d'éducation, qui aide les enfants qui l'intègrent à réussir scolairement et à devenir professeurs.

¹ Sur ce sujet nous nous référons à (Conne 1984). On remarquera cependant que les descriptions qu'il donne prennent d'abord le point de vue de l'élève.

Pour notre part et conformément aux options épistémologiques que nous avons énoncées plus haut, nous rapporterons ces observations aux relations entre les personnes ou les groupes, retrouvant ainsi le sens commun : le rapport au temps, différent chez les vigneron et les enseignants, est une déformation professionnelle. Le rapport au temps des professeurs doit être compris comme la signature de l'institution où se sont formés leurs *habitus* temporels - et ils ont été formés, par la contrainte, dès l'enfance.

Cela signifie, et ce n'est plus là du sens commun, que *l'école* fonctionne selon la temporalité décrite par les enseignants comme *leur rapport personnel* à cette dimension de leurs activités. Ainsi, le discours des enseignants décrit-il le temps scolaire qu'ils vivent. Voici donc ce qu'en rapporte Grossin : " A l'école, la perte de temps est désagréable, comme l'imprévu ; cependant, l'école donne parfois l'impression de vivre dans une certaine intemporalité : elle n'est pas installée dans le temps... " ; ce qui se comprend lorsqu'on rappelle que *skholè* nomme le loisir, la suspension du temps de l'action efficace qui est tout aussi nécessaire à l'étude que l'*epochè* - la suspension du jugement - est nécessaire à la pensée.

Mais c'est ici que la théorie de la transposition didactique montre encore sa pertinence : à l'école, le temps est produit *avec du savoir*. Les professeurs le disent à Grossin " On doit y meubler le temps et pour ainsi dire l'engendrer par l'activité didactique jusque dans ses loisirs et sa vie personnelle... le professeur, en particulier, ne peut abandonner le travail pour tomber dans un temps plus distendu mais doit continuer à produire, indépendamment de la mesure objective, le temps qui constitue la vie didactique de sa classe." De même, " ... l'élève ne peut abandonner le travail pour tomber dans un temps plus distendu, mais doit continuer à produire, indépendamment de la mesure objective, le temps qui constitue sa vie didactique ". Au point que, du professeur à l'élève, il semblerait qu'il n'y ait qu'un décalage temporel, un retard. C'est une illusion que l'on peut dénoncer sur le cas célèbre de Descartes, parce qu'il est l'un des tout premiers à en être victime (Chevallard & Mercier, 1987). Dans le *Discours de la méthode*, commentant ses quatre préceptes pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences, il invite le lecteur à considérer " ... que, n'y ayant qu'une vérité de chaque chose, quiconque la trouve en sait autant qu'on en peut savoir et que, par exemple, un enfant instruit en l'arithmétique, ayant fait une addition suivant ses règles, se peut assurer d'avoir trouvé, touchant la somme qu'il examinait, tout ce que l'esprit humain saurait trouver. " (Descartes 1637). Cela suppose que l'enfant ne soit pas le sujet d'un dessein didactique. Car un élève n'a jamais ni la maîtrise de ce qu'il sait ni la maîtrise de ce qu'on saurait savoir : seul le maître en juge, selon qu'il relance le questionnement didactique ou non. Ainsi quelques années plus tôt, Descartes lui-même, dans les *Regulæ ad directionem ingenii* (1620-1628) écrit ceci : " Par exemple, supposons que je parcoure quelques grandeurs

continuellement proportionnelles, voici tout ce à quoi je réfléchirai. C'est par un concept semblable... que je reconnais le rapport qui existe entre la première et la seconde, entre la seconde et la troisième... ” et l'élève peut croire tout savoir des proportions continues ; mais le maître poursuit : “ ... Mais je ne puis concevoir aussi facilement quelle est la dépendance de la seconde à l'égard de la première et de la troisième à la fois [...] car cela ne peut se faire qu'à l'aide d'un concept enveloppant à la fois deux des précédents. Étant donné seulement la première et la quatrième, il me sera encore plus difficile de voir par l'intuition les deux moyennes, parce qu'il y a ici trois concepts impliqués... ” et ce faisant, il ouvre un espace de problèmes inédit, dont il expliquera qu'ils sont “ de degré deux, puis trois, etc. ”, inventant par ce geste une interprétation des formules algébriques qui leur permettra de devenir l'outil universel de modélisation que nous connaissons : le premier exemple d'usage de cet outil, annexé au *Discours de la méthode*, est *La géométrie* (Mercier, 1996c, non édité). Ainsi, seul l'enseignant maîtrise le futur de la relation didactique : il en produit le temps, qu'il relance par ses interventions, avec du savoir nouveau qu'il propose. Le texte de “ La transposition didactique ” le démontre : la cause du caractère didactique de la transposition et la contrainte principale qui rend compte de ses effets sur l'apprentissage du savoir, c'est que le savoir transposé à des fins didactiques doit permettre au professeur de faire aller le temps didactique en relançant les élèves sur des problèmes nouveaux : ce développement de l'idée de Verret (1974) fait toute la force de la notion construite par Chevallard.

Bien que j'aie commencé à travailler sous la direction de Guy Brousseau, la question du temps didactique devint mon sujet de recherche de didacticien amateur, sous la responsabilité universitaire d'Yves Chevallard. J'entends ici amateur en ce sens : professionnellement, étant enseignant dans le second degré, je n'étais pas un chercheur ; mais n'étant pas engagé dans des études universitaires, je n'étais pas plus un étudiant. J'étais donc simplement *un amateur* de cette science nouvelle. C'est une position sociale ordinaire, à l'émergence d'un domaine de savoir sans reconnaissance institutionnelle, puisqu'il n'y a pas trois siècles que l'on trouve en France des mathématiciens professionnels (Artaud, 1989) et qu'il y a tout juste un demi siècle que quelques dizaines d'entre eux peuvent être mathématiciens à plein temps. Cette position m'a permis de suivre un parcours personnel plus indépendant des demandes institutionnelles que, par exemple, celui des chercheurs en psychologie au CNRS. Cependant, la liberté se paie de la perte de l'appui institutionnel que donnent les assujettissements institutionnels. La question du temps didactique ayant été victime de forclusion dans la jeune communauté des didacticiens (il n'y a aucune publication sur le temps didactique et ses effets dans “Recherches en didactique des mathématiques”, la revue créée par cette communauté pour diffuser ses résultats et débattre des questions essentielles du champ), il est néces-

saire d'en rendre compte ici¹.

La production et l'articulation des temps

Les phénomènes temporels sont pourtant si puissants, qu'ils sont partout identifiés et discutés. Il n'est même pas besoin de mener des observations spécifiques : toute observation ou enquête met au jour de tels phénomènes, et les chercheurs qui ont publié sur le temps sont légion (pour ne citer que quelques auteurs récents de langue française, Conne, 1981 ; Perret, 1978 à 1981 ; Altet, 1991 ; Tochon, 1992 ; AFIRSE, 1992) mais de manière étonnante, jamais l'un d'entre eux n'a capitalisé les observations concordantes réalisées par les autres, comme si chacun n'avait vu là qu'un épiphénomène : sur la question du temps, le temps de la recherche théorique semble arrêté. Je reprendrai donc certaines de ces études en une progression articulée avec les travaux en didactique des mathématiques, puisque la théorie de la transposition permet de faire le lien entre les contraintes du temps et l'organisation scolaire des savoirs, et de rendre compte de ces phénomènes que tout le monde observe sans en faire un élément de connaissance des contraintes scolaires.

Chevallard (1981) s'était appuyé sur une enquête (Kiryluk, 1980) dont les résultats avaient été donnés en trois pages dans *Mathematical studies* : l'auteur y invitait les élèves à dire quand et pourquoi certains cours de mathématiques les intéressaient ou leur paraissaient ennuyeux. Les élèves répondaient massivement sur la qualité de la progression temporelle organisée par le professeur. En reprenant l'observation de Kiryluk dans le cadre théorique de la transposition didactique, on pouvait même montrer que les différentes réponses des élèves correspondaient à des sensibilités différentes à la pression temporelle qui tenaient à une manière différente de vivre la position d'élève (Mercier, 1982). De très nombreuses observations peuvent ainsi être évoquées pour être interprétées à nouveau et capitalisées par une théorie du temps, je poursuis donc la série des observations évoquées par lesquelles s'est développée notre connaissance du temps didactique, de ses effets, et des problèmes que pose sa gestion.

Le compte-rendu de l'enquête que Jean-François Perret (1978 à 1981) menait, à la même époque, sur la réforme dite " des mathématiques modernes " en Suisse romande, pour l'Institut Romand de Documentation Pédagogique (qui publie sous le nom de " méthodologie " les livrets d'enseignement que tous les professeurs d'école doivent utiliser), était lui aussi tout particulièrement ins-

1 Chevallard a mené, dès 1981, une étude développant le texte de la transposition didactique sur la question du temps (Chevallard, 1981) qui n'a pas pu être reprise dans les textes associés à sa note d'habilitation, et les travaux que je reprends ci-dessous, qui ont été exposés dans plusieurs sessions du Séminaire National de Didactique des Mathématiques et à la Deuxième Ecole d'Eté de didactique des mathématiques, sont restés à l'état de notes personnelles.

tructif. L’auteur cherchait à savoir “ [...] si les objectifs des réformateurs avaient été compris des enseignants, s’ils avaient été adoptés et dans quelle mesure et si des contraintes non prévues ne risquaient pas d’amener à un glissement et à un “retour en arrière” des pratiques d’enseignement.” Il identifiait l’apparition, d’année en année, d’une plainte des enseignants qui ne trouvent pas le temps de terminer le programme et la rapportait ainsi : “ Que faut-il en conclure ? [...] Cette contrainte du manque de temps n’est guère susceptible de disparaître en augmentant le nombre d’heures de mathématiques [...] il semble qu’il y ait un problème plus profond de gestion du temps.” Car son observation était suffisamment précise pour qu’il identifie, par delà la forme ordinaire de la souffrance (les programmes sont trop lourds, il faut les alléger), un paradoxe : le temps effectif d’enseignement des mathématiques varie du simple au double, selon les maîtres ; mais ce sont les maîtres qui passent le plus de temps à cet enseignement qui se plaignent le plus fort du poids des programmes et qui, plus que les autres, échouent à l’enseigner complètement. L’auteur s’engageait alors dans une nouvelle enquête qui nous renseignait sur le phénomène de la gestion du temps mais le laissait perplexe, car les résultats contredisaient les instructions pédagogiques associées à la réforme dont il s’agissait de suivre la mise en place. Nous pouvons résumer les injonctions institutionnelles en deux mots d’ordre : “ travail des élèves en groupes ” et “ prise en charge par les élèves de leurs propres activités de recherche ”. Or, ce sont les professeurs qui suivaient le plus honnêtement les instructions qui ne bouclaient pas le programme, bien qu’ils y passent deux fois plus de temps d’horloge que leurs collègues. Ces derniers, au contraire, trouvaient le programme “ trop léger ”.

La conclusion de l’étude est en effet terrible, au point que ce dernier rapport ne sera pas publié dans une revue, comme les précédents : l’IRDP engage les professeurs à organiser la “ mise en activité ” des élèves et cette activité arrête la progression dans le programme d’études ! Elle bloque en effet le temps didactique : le modèle théorique permet de le montrer au terme d’un développement de quatre lignes, c’est au professeur de marquer la progression et de relancer le temps ; s’il y manque, le temps didactique s’arrête. Or, les professeurs ne savent pas comment faire progresser la classe à partir de l’activité des élèves.

Ce qui est devenu pour nous *un problème didactique* ne peut être, sans cadre théorique où l’inscrire, qu’une incongruité. Pourtant, Perret a mené l’enquête à son terme et a conclu sur les recommandations suivantes : “ [...] afin de favoriser au maximum la prise en charge par les élèves de leurs propres activités de recherche, *les jeux aussi bien que les fiches devraient être réexaminées afin de les “finaliser”* chaque fois que cela est possible, de façon à ce que les élèves perçoivent le but à atteindre dans toute activité.”, pointant précisément la dimension paradoxale de l’injonction faite aux maîtres (laisser aux élèves la

maîtrise de la progression, dont les maîtres ont la charge) et plus profondément le paradoxe de toute intention didactique, montrer ce qui doit être appris sans que les élèves ne regardent le doigt qui montre.

Lors de la mise en place de cette même réforme, François Conne (1981) observe dans une classe de mathématiques de Suisse Romande comment le professeur “ utilise la méthodologie ” et ce qu’il se passe lorsque “ les élèves prennent en charge leurs propres activités de recherche ” telles que les fiches de travail de la méthodologie les proposent. Il s’aperçoit, lorsque les élèves cherchent dans toutes les directions qu’ils arrivent à imaginer sans arriver à trouver, du désarroi du professeur qui n’ose pas intervenir (les élèves sont supposés *construire* leur savoir à l’occasion de l’action que les fiches de travail leur proposent). Comment, au terme de telles activités, conclure qu’un savoir commun a été acquis et que c’est le savoir attendu ? Le professeur observé n’a qu’une corde à son arc : donner, en fin de compte, le cours... sans prendre en compte le contenu des activités des élèves, qui apparaît alors comme une énorme mangeuse de temps ! C’est ainsi que ce chercheur identifiait sur le terrain la contrainte temporelle repérée indépendamment par Perret auprès des enseignants du primaire et par Verret auprès des étudiants de philosophie.

Nous pouvons même interpréter l’origine de cette contrainte : faute de savoir comment partager avec les élèves la responsabilité de la progression temporelle, le professeur qui n’assume pas l’ostension directe du savoir et cherche à développer “ leur activité cognitive propre ” produit un temps didactique extrêmement ralenti, et manque toujours de temps d’horloge. S’il est convaincu du bien fondé de la méthode d’enseignement qu’il met en œuvre, il ne peut plus attribuer l’échec de l’enseignement qu’à la lourdeur des programmes : le cas est pire encore au Collège ou au Lycée parce que le professeur ne peut pas organiser son emploi du temps pour tenter de satisfaire aux injonctions des réformateurs, comme font les maîtres de l’enseignement élémentaire. Ces injonctions sont fondées sur des théories de l’apprentissage validées en laboratoire mais qui pratiquement s’avèrent produire des injonctions pédagogiques paradoxales. Je ne m’en étonnerai pas : la nécessité de l’école vient de ce que certains savoirs doivent obligatoirement être enseignés, pour pouvoir être appris - qui aurait inventé un dispositif aussi complexe et coûteux si ce n’était pas le cas - ce qui suppose que les conditions de réussite de l’enseignement de ces savoirs ne peuvent être données par des théories de l’apprentissage relatives aux dimensions non enseignables de la connaissance - comme le sont par exemple les théories du développement des moyens cognitifs des élèves - ainsi que je l’ai démontré dans l’introduction de ma thèse. Ainsi, la théorie de la transposition et du temps didactiques rend compte à la fois de l’observation statistique de Perret et de l’observation naturelle de Conne, qui sont produites

simultanément mais indépendamment.

Cela m'engage à rédiger, en 1985, un programme de travail sur la question du temps qui développe en particulier la question des effets de la contrainte temporelle sur les apprentissages possibles (Mercier, 1985), en s'appuyant sur Chevallard (1981). Ce dernier y a montré par ailleurs comment les élèves - en bons sujets de l'institution didactique - sont attentifs à ce que le temps didactique avance, c'est-à-dire à ce que le professeur les fasse progresser (car de leur point de vue, il ne sert à rien que le temps didactique avance s'ils ne peuvent le suivre). La question théorique et pratique posée dès lors porte sur les moyens dont disposent professeur et élèves, pour assurer cet effet. Peut-on dire que *suivre ses études* a le sens scolaire de ce que l'on nomme ailleurs *apprendre* et si ce n'est pas le cas, quelles sont les différences : toutes les questions ramènent à l'observation des élèves. Ce programme m'a permis d'ouvrir la voie des recherches sur la biographie didactique des élèves que je suivrai à partir de 1989. Mais cet aboutissement supposera encore un détour.

La relation didactique et l'institution scolaire

C'est dans cette période, en 1984, que la rencontre d'un "rééducateur en mathématiques" dans un CMPP m'ouvre un terrain d'étude (les élèves en difficulté) et des questions nouvelles (relatives aux rapports de ces élèves aux objets mathématiques qui les arrêtent et plus généralement à l'enseignement qu'ils reçoivent). En cherchant une description des lieux de l'élève et du professeur, dans un espace d'interrelations sociales caractérisé par le fait qu'on y étudie un domaine de savoirs mathématiques, je retrouve les questions nouvellement ouvertes par Brousseau. Avec la notion de *contrat didactique*, celui-ci en effet a réalisé, entre 1980 et 1984, une avancée décisive, passant d'un modèle calculable des situations adidactiques (en termes de stratégies d'un joueur dans un jeu contre la nature) à une théorie des situations didactiques qui permet de rendre compte de l'organisation scolaire de l'étude de questions mathématiques déclarées, et de l'efficacité de cette organisation (Brousseau, 1980 ; Brousseau & Péres, 1981 ; Brousseau, 1983 ; Brousseau, 1984). Ainsi qu'il en va ordinairement dans les sciences, la pertinence des travaux de l'une des formes du questionnement s'affirme d'autant plus fortement qu'elle s'avère cohérente avec les travaux de l'autre (Chevallard, 1986a ; 1986b).

La vie des lieux didactiques, le contrat

Je partirai de l'exemple le plus connu en cette matière. Il a été commenté par la plupart des auteurs qui ont travaillé sur le contrat, ce qui m'autorisera ici un exposé rapide. Soit donc le problème de "l'âge du capitaine" (Equipe "Enseignement Élémentaire" de l'IREM de Grenoble, 1980) tel que les pre-

miers auteurs en relatent l'observation : les élèves répondent à des questions absurdes - le problème " Sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ? ", posé à quatre vingt dix sept élèves d'une classe de CE1 (2e primaire), a suscité de nombreuses réponses, soixante-seize élèves donnant l'âge du capitaine en utilisant les nombres figurant dans l'énoncé. La logique de ce comportement massif échappa d'autant plus à ses inventeurs, qu'ils allèrent interroger des élèves plus âgés dont les réponses leur ont peut-être semblé plus étonnantes encore. Un élève de CE2 (3e primaire) répond : " Pourquoi on parle de moutons et après on demande l'âge du capitaine ? " ; interrogé sur le problème, il précise : " Je pense qu'il est bête parce qu'on parle de moutons et après du capitaine ", tandis qu'il répond sans hésiter à la question : " Dans la classe, il y a quatre rangées de sept tables. Quel âge a la maîtresse ? " en affirmant : " Je pense que la maîtresse a 28 ans parce que $4 \times 7 = 28$; je pense que celui-ci est moins bête que l'autre ". Une élève de la même classe, ayant déclaré dans le premier cas " Je ne comprends pas parce que en premier vous avez parlé de moutons et après d'un capitaine. Je trouve que ce problème est un peu bizarre. ", calcula l'âge de la maîtresse dans le second cas : " Je pense que la maîtresse a 28 ans car j'ai fait $4 \times 7 = 28$. Je pense que ce problème est assez facile. ".

On peut voir ici un des effets émergents remarquables d'une relation sociale d'un type particulier, une relation didactique : les élèves s'attendent à ce qu'en leur proposant ces problèmes, le professeur cherche à les instruire ; ils agissent donc en conséquence chaque fois que leur attente semble satisfaite. Ainsi, ils traitent le second problème par une multiplication, on trouve ainsi 28 (tandis qu'une addition donne 11), mais ce leur est moins insupportable que de traiter le premier par une addition pour trouver 36 comme le font des élèves plus jeunes (ils répondront parfois 26, et on trouve 260 avec une multiplication). Cela montre qu'ils contrôlent la pertinence de leur réponse. S'ils aboutissent à des conclusions différentes pour chacun des problèmes c'est sans doute que, comme chacun le sait, on ne peut pas ajouter des pommes et des poires, tandis que parfois une multiplication (lorsqu'elle correspond à un opérateur multiplicatif entre espaces de mesures) transforme des litres en kilomètres. Les deux problèmes sont donc interprétés différemment : l'enjeu didactique du premier n'étant pas identifiable pour eux, les élèves le rejettent. Tandis qu'ils acceptent celui dont ils pensent avoir compris la raison didactique : explorer de nouvelles occurrences de la multiplication. Ainsi, la logique du comportement des élèves n'est pas leur logique personnelle, mais elle révèle bien plutôt la logique des interactions didactiques dans lesquelles ils sont pris. Tel est un des phénomènes dont le contrat didactique rend compte : la notion proposée par Brousseau est nécessaire à la description d'une large classe de phénomènes semblables. Soit en effet une relation humaine à propos d'un objet dont l'un est supposé posséder la maîtrise et l'autre, ignorer les usages. Une relation di-

dactique n'est pas réductible à cette dimension inégalitaire : encore faut-il que l'ignare - celui qui n'a pas reçu d'instruction relative à l'usage de l'objet - cherche à s'instruire de ce qu'il ignore et que le savant - celui qui est supposé maîtriser l'usage de l'objet - cherche à l'aider dans cette entreprise ; le contrat didactique se noue dans le premier instant cette rencontre, il semble *toujours-déjà là*.

L'effet *âge du capitaine*, réinventé ici plus d'un siècle après Flaubert (1843), repose sur la production expérimentale d'un quiproquo, fonctionnant comme piège, pour de jeunes élèves trop confiants dans le fait que des pratiques didactiques dont ils ont récemment découvert l'efficacité réaliseront nécessairement leurs attentes légitimes d'aide didactique. La dénonciation scandalisée du quiproquo, volontairement produit par des chercheurs mais pris comme la marque d'un soi-disant piège didactique, a fait la gloire mondaine d'une ré-éducatrice à la plume alerte (Baruk, 1983). Mais la démonstration de la pertinence du concept de contrat didactique pour l'interprétation des faits d'enseignement (Chevallard 1988c, Brousseau, 1989) a confirmé les chercheurs dans leurs premières hypothèses : une relation didactique suppose toujours une coopération, fondée sur un système d'attentes réciproques qui constituent, avec le processus de leur production et de leur régulation, le point initial d'un pacte fondateur, un *contrat didactique*.

Une question reste ouverte : nous avons remarqué que les élèves contrôlaient la vraisemblance de leur réponse, mais pourquoi ces élèves répondent-ils dès qu'ils ont l'impression d'avoir compris l'enjeu didactique de la question ? Ne devraient-ils pas contrôler aussi leur compréhension de l'enjeu mathématique du problème ? On peut y voir encore un effet émergent de la relation didactique, un effet de la recherche d'un contrat relatif à un savoir mathématique : les élèves savent que le professeur attend qu'ils répondent à des questions dont ils ne savent pas la réponse, parce qu'en leur donnant la réponse (en les corrigant) il pourra alors leur montrer le savoir qu'ils ignorent et qu'ils doivent étudier. Le geste premier de la relation didactique est la désignation de l'objet de l'étude. Or, on ne peut désigner la lune à qui regarde seulement le doigt : l'efficacité d'une relation didactique suppose, en deçà des usages scolaires que l'on pourrait décrire par des règles de bon comportement, une intelligence des conditions d'activation de ces règles, qui réalise et par conséquent, signifie le partage du dessein didactique. En répondant sans comprendre l'enjeu mathématique, les élèves montrent qu'ils ne se sont pas arrêtés au doigt, et qu'ils participent d'une culture didactique par laquelle, d'ordinaire, ils apprennent des mathématiques. Ainsi le contrat didactique permet-il de rendre raison des pratiques par lesquelles les sujets d'une institution didactique répondent aux injonctions auxquelles ils sont soumis, il nomme le paradoxe fondateur de tout *dessein de faire savoir* et en désigne les solutions possibles.

La classe de mathématiques, espace-temps social

Cependant, bien que nous étudions leur logique nous ne considérons pas plus les attitudes des acteurs de la relation didactique comme les produits de calculs rationnels que, en étudiant la logique des trajectoires des planètes dans l'espace-temps physique nous ne considérerions qu'elles décident des actions calculables que nous observons : le calcul est dans le modèle, mais le fonctionnement est dans le monde physique et la conformation est dans le sujet institutionnel. Ainsi, les règles par lesquelles nous décrivons les acteurs de l'espace didactique ne sont pas des règles pour eux et on ne peut considérer *qu'ils les suivent*, alors même que l'on peut observer comment elles décrivent leur action. Plus encore, des automates qui ne suivraient que ces règles se trouveraient rapidement en défaut, car les principes par lesquels chaque règle est suivie sont eux-mêmes des règles, dont les conditions d'usage ne sont pas mieux connues que ce n'était le cas au premier niveau. La question des conditions dans lesquelles se forme la connaissance des conditions d'usage des règles explicitées et la connaissance implicite des usages est donc, pour l'instant, ouverte.

Reprenant la démarche de Wittgenstein, qui a montré que la mise en œuvre d'une règle ne peut être décrite par des règles parce que la description n'aurait pas de terme, Sarrazy (1995) a montré que le contrat didactique correspond à ce que Bourdieu (1994) nomme des *raisons pratiques*. Ainsi le contrat rend compte du fait que ces raisons pratiques se forment par l'entrée dans une organisation sociale qui prend en charge un domaine de pratiques en proposant à ses sujets un monde où les conditions de la réussite sont aménagées. Dans le cas des raisons didactiques qui nous intéressent, l'organisation est généralement de nos jours *une école* et, plus précisément, une suite de classes de mathématiques avec les dispositifs correspondants d'enseignement, d'apprentissage et d'étude (par exemple, des leçons à apprendre par cœur, des résumés à recopier, des exercices à faire, des questions à chercher, etc.) Autrement dit, l'activité que proposent les écoles relève d'un domaine de pratiques (ici, des *pratiques mathématiques scolaires*) qui obéissent à des raisons pratiques de cette institution sociale (c'est-à-dire, à des *raisons didactiques scolaires*).

C'est donc en devenant les objets d'un domaine de pratiques scolaires, que les savoirs mathématiques deviennent les enjeux de desseins didactiques supposés partagés ; le partage du dessein didactique relatif à un savoir identifié est le premier problème que résout une école, par un effet de système original : *le contrat didactique est ignoré de tous alors que chacun se comporte pratiquement comme s'il était sûr que les autres le connaissent*. Ce qui fait que chacun le rompt. Les élèves le font en toute innocence, parce que même s'ils paient ces ruptures d'une attribution d'échec, ils ne sont pas les garants du contrat. Le professeur le fait en toute honnêteté parce que même s'il fait ainsi violence

aux élèves, c'est pour lui le seul moyen de les placer face à un objet nouveau, pour qu'ils l'étudient.

La notion de contrat didactique, telle qu'elle est utilisée par les didacticiens des mathématiques, identifie cet effet d'autonomisation du social avec émergence d'un comportement propre (Dupuy 1988). Mais dans ce cas, le phénomène est précisément le contraire de ce que les systémiciens ont appelé *la connaissance publique* qui fonde les contrats explicites : c'est ici une *connaissance pratique*, une *connaissance par corps*. Cette propriété a des effets qui peuvent sembler paradoxaux, telle que “ la question de l'âge du capitaine ”, qui a servi de bannière à de nombreux réformateurs forcenés alors qu'il s'agit d'un phénomène social presque universel. Les chercheurs en sciences humaines le savent tous, les réponses d'un *sujet* à une question sont tournées de manière à satisfaire au mieux les attentes supposées du questionneur plutôt que de manière à donner au questionneur l'information la plus précise ou la plus exacte. Ou plutôt, nous devrions le formuler ainsi : la réponse est une production cognitive qui donne, le plus précisément et exactement possible, l'information que le répondant suppose que le questionneur attend : elle exprime la connaissance pratique que possède le répondant sur l'espace de l'interaction - compris du point de vue du questionneur.

Pour démonter les paradoxes didactiques comme des effets du contrat, il est donc chaque fois nécessaire de bien identifier la valeur pratique de la connaissance du contrat que montrent les sujets didactiques : c'est parce que le contrat n'a d'existence que comme pratique, que l'on n'observe jamais un contrat stable mais toujours, la rupture d'un contrat et la recherche d'un contrat (Schubauer-Leoni, 1986b ; Brousseau, 1995a ; Schubauer-Leoni, 1996). On peut alors imaginer des pathologies didactiques du contrat. Par exemple, des élèves qui ignoreraient des éléments essentiels du contrat et qui se verraient piégés par un professeur aristocratique, qui se comporte comme s'ils connaissaient vraiment ces éléments et ne les leur désigne jamais. Ou inversement, un professeur piégé par un élève soumis qui prendrait au pied de la lettre certaines pratiques contractuelles et se défendrait ainsi contre les effets d'une pratique didactique trop dérangeante.

J'ai affirmé, en le posant comme un principe, que “ toute institution humaine organise pour ses sujets un système de pratiques par lesquelles ils accèdent à l'objet même de cette institution ”. Je dois signaler que la notion d'institution est, en didactique des mathématiques, un terme premier : de même que la notion associée de sujet d'une institution, elle fonctionne comme un préconstruit (Pêcheux, 1975). Ainsi, l'usage sociologique du terme *institution* désigne des objets sociaux de grande taille tandis que nous considérons une classe de mathématiques comme une institution à part entière - quitte à rendre compte des déterminations dues à son insertion dans une école, institution plus vaste qui

se trouve elle même insérée dans l'Education Nationale. Le terme est donc sans doute mieux défini par le terme alternatif de système, qui n'a pas été retenu : ce dernier signale la complexité des interrelations et la question des échanges, mais ne fait pas référence à la dimension inconsciente et imaginaire, spécifique d'un système social humain. De ce fait, Castoriadis et Kaës sont sans doute les théoriciens des institutions les plus proches des usages didactiques des termes d'institution et de contrat institutionnel¹, sans que ces notions didactiques aient jamais été travaillées par référence à des théories venues du champ de la philosophie ou de la psychanalyse : nous dirons donc seulement que les théories psychanalytiques des institutions appartiennent à la culture commune souterraine du discours de certains didacticiens des mathématiques. Car le propos, en didactique des mathématiques, n'est pas de traiter de ces questions ; sauf à chercher comment des formes institutionnelles pourraient contraindre des formes didactiques, ce qui suppose que l'on sache d'abord quelles sont les formes didactiques compatibles avec la tâche primaire de toute institution didactique - l'étude des savoirs. Du point de vue des recherches en didactique, une étude générale sur le contrat vise donc d'abord à déterminer en quoi consiste la dimension didactique du contrat institutionnel dans les institutions didactiques (Schubauer-Leoni & Perret-Clermont, 1997). On a coutume de dire que la dimension didactique est relative au savoir, le contrat est donc caractérisé par le savoir et en première approche, il correspondrait à une dimension sociale, collective, du rapport des élèves aux objets enseignés². On peut préciser aujourd'hui que la dimension contractuelle du rapport à un savoir comprend la part pratique du rapport, qui est transparente au praticien³. J'en donne deux exemples rapides que les professeurs de collège ou lycée vivent régulièrement ; l'un porte sur la question suivante : " Comment savoir si un calcul est terminé ? ", l'autre sur la question : " Comment savoir ce qu'un cal-

1 On se référera par exemple à *Phusis, création, autonomie* et aux pages 26 à 33 de *Fait et à faire* (Castoriadis, 1997) ; mais aussi bien à Kaës (1987). Je reviendrai sur ce point dans la dernière partie de cette Note.

2 Chevallard (1988a), introduit le notion d'institution dans un texte de dix pages rarement cité, dont voici les deux premières phrases :

" On trouvera ci-après l'ossature d'un développement théorique propre à situer la notion de transposition didactique en un cadre large et ouvert, dans la perspective de la construction d'une véritable anthropologie du didactique.

1. Premières notions

On considère dans ce paragraphe quatre termes primitifs : les univers culturels, les institutions, les domaines de réalité et les savoirs. "

Au terme de son développement, il fait la différence entre le rapport institutionnel, public, à un savoir, qui est le rapport effectif attendu, et le rapport personnel, privé, - dont l'adéquation au rapport institutionnel est l'objet de l'évaluation.

3 L'idée est qu'un praticien confirmé trouverait qu'il n'y a dans cette pratique-là " rien à savoir ", le tout étant inscrit dans un *faire* demandé par la situation et qui semble donc aller de soi sans devoir faire problème.

cul montre ? ”

Voici un premier exemple.

Un bon élève de quatrième résout l'équation suivante,

$x - 3 =$, par la suite des opérations que voici :

$x = + 3 = + =$, $x =$,

ce qui équivaut à $x = = \times =$ =

“ Le calcul n'est pas terminé ! ” s'écrit le professeur qui s'étonne. Mais, quand est-ce que le calcul est terminé, n'ose pas demander l'élève qui la veille a observé comment un camarade de classe s'est fait reprendre sur la résolution de l'équation $3x - 7 = 6$, écrivant : $3x = 6 + 7 = 13$, donc $x = = 4,333333$ comme l'affichait sa calculatrice.

“ On donne toujours un résultat exact ! ” avait dit le professeur, comme si cela réglait l'affaire alors que les questions de la différence entre décimaux et rationnels, écritures décimales et écritures rationnelles des rationnels et de la reconnaissance des fractions décimales ne sont plus des objets d'enseignement du collège ou même du lycée (Bronner 1996). *Pour qui ne sait pas les usages : un résultat exact est-ce , ou 2,5 ?*

Mais voici un second exemple :

Un élève doit un jour résoudre le problème suivant : “ On dispose de nombreuses poules qui pondent chacune un œuf par jour, régulièrement. Pour les porter au marché qui a lieu deux fois par semaine, on emballe les œufs en les rangeant dans des boîtes de six puis en rangeant ces boîtes dans des cartons de 36. Au bout de quelques jours, on a 8424 œufs. Sachant qu'on a pu emballer chaque jour tous les œufs dans les boîtes qu'on a rangées dans des cartons bien remplis qu'on a datés et fermés, combien de poules a-t-on ? ” Les élèves sont engagés dans des écritures fastidieuses (en x jours, les y poules ont pondu 8424 œufs, on a donc $8424 = xy$ et on range les œufs dans z boîtes de 6, on a donc $6z = xy...$) ou bien, se trouvent arrêtés sans savoir quoi faire (après avoir écrit $= 1404$, $= 39...$). Le professeur s'impatiente et explique :

“ $8424 = 6 \times 1404 = 6 \times (36 \times 39) = 6 \times (36 \times (13 \times 3)) = ((6 \times 36) \times 13) \times 3 = 2808 \times 3$ donne la réponse parce que cela montre qu'il y a 1404 boîtes soit, 39 cartons de 36 boîtes de 6 œufs. Et comme $39 = 13 \times 3$, il y a trois jours qu'on emballe chaque jour 13 cartons de 36 boîtes de 6 œufs (13 jours ferait plus d'une semaine sans marché). Autrement écrit, $8424 = 3 \times (13 \times (36 \times 6)) = 3 \times 2808$ montre qu'on emballe 2808 œufs par jour, il y a donc 2808 poules ! ”. Mais comment savoir qu'il faut décomposer 8424 en un produit faisant intervenir 6 et 36 pour factoriser complètement le troisième terme, 39, et quelle règle commande à la manipulation des parenthèses ? La réponse est simple : toute autre écriture embrouille le problème car *cette fois, ce qu'il faut faire vient du problème*. Le point du calcul où s'arrêter n'est plus donné par l'usage, mais par le sens. La décision est enfin entre les mains de l'élève, mais cela constitue une rupture du contrat précédent. Le rapport des élèves aux calculs qu'ils écrivent est ici du type de celui que l'on a dans le travail algébrique (les calculs montrent et par là, démontrent les propriétés d'un modèle, ils sont interprétés comme une représentation des relations dans le système modélisé) tandis que les demandes précédentes correspondaient à un rapport arithmétique aux calculs (les calculs doivent être exécutés, pour qu'apparaisse leur es-

sence pure ,un résultat).

La description de la dimension mathématique du contrat que nous avons identifiée permet de rendre compte de l'apprentissage au sens professionnel du terme c'est-à-dire de l'apprentissage par corps des manières de faire pratiques. Cependant, toutes les manières pratiques ne se valent pas. Même en sport sur des pratiques peu technicisées, de la natation au saut en hauteur, au lancer du poids ou à la course de haies, les manières évoluent ; elles diffusent comme des techniques socialement reconnues et elles sont plus ou moins accessibles à un pratiquant selon son niveau initial. Il faut donc identifier les meilleures manières, afin de choisir celles qui méritent enseignement comme techniques sociales : les bonnes manières vous ouvriront un jour les portes d'institutions qui, en leur absence, vous seraient restées fermées. Dans le cas de l'enseignement des mathématiques, certaines sont unanimement reconnues. Ainsi, la manière générale connue en didactique comme le *changement de cadre* (Douady, 1984), ou en analyse, les manières du calcul numérique, autour des *techniques de majoration* (Ovaert, 1978, Brousseau, 1988). En mathématisation, le travail des modèles algébriques (Chevallard, 1989a) semble producteur de *bonnes manières* mathématiques. La didactique des mathématiques, dans une dimension de ses recherches qui relève de plein droit des mathématiques savantes, étudie les manières mathématiques qui devront être enseignées demain, celles par exemple qui appartiennent aux problèmes de la combinatoire et des mathématiques discrètes, des statistiques, des probabilités, de l'espace.

Il y a aussi des manières détestables, qui semblent sur le moment et le lieu de leur apparition efficaces et originales et qui s'avèrent grossières, sans esprit, dans tous les autres temps et lieux mathématiques que vous pourriez fréquenter : des manières de bricoleur¹ sans culture technique, qui vous enferment dans un ghetto sans même que vous ne vous rendiez compte que l'enfermement est votre fait. Ainsi certaines pratiques de l'ostension didactique, comme les arbres de calcul, (Mercier, 1995b ; 1995c) facilitent l'enseignement mais vont se constituer en obstacle à l'entrée dans les pratiques de travail des écritures que nécessite l'ostension algébrique des propriétés pertinentes d'un modèle dont nous avons vu un exemple ci-dessus, dans la résolution d'un problème d'œufs et de poules. Mais tout aussi bien semble-t-il les pratiques de l'école primaire des années cinquante, qui rendaient si difficile l'accès au système secondaire et aux études supérieures, qu'il fallait en réserver l'épreuve aux tout meilleurs.

Les élèves en échec, analyseurs de l'institution

1 Il semble qu'elles dénoncent l'autodidacte, plus sûrement encore que la naïveté avec laquelle il choisit les sujets auxquels il s'intéresse.

C'est ainsi que j'ai engagé, à partir de 1984, un projet soumis au Groupement de Recherche "Didactique des mathématiques et des sciences" du CNRS. Une série d'études auprès d'élèves en difficulté élective en mathématiques (Mercier; 1988 ; Castella & Mercier, 1995) en est résultée. Mais pour mener à bien ce travail, il était nécessaire de *penser ensemble la chronogenèse, la topogenèse et la recherche d'un contrat, comme trois paramètres interdépendants*.

C'était une position épistémologique d'autant plus délicate à mettre en œuvre que la plupart des chercheurs pensent que les théorisations développées par Chevallard à la suite de la transposition didactique sont contradictoires et concurrentes avec la *théorie des situations didactiques* de Brousseau. L'idée que les avancées de ces deux chercheurs trouvaient en ce point le moyen de leur articulation devait être solidement argumentée. L'effort nécessaire à cette entreprise me permettra de montrer comment la chronogenèse commande à la topogenèse et au contrat, à l'occasion d'un cours inaugural à la Quatrième Ecole d'Été de didactique des mathématiques. Je m'appuierai à cet effet sur l'affirmation initiale des questionnements didactiques : " ... le rapport des élèves à chacun des savoirs qu'ils étudient est la pierre de touche de la description et de la compréhension d'une organisation didactique scolaire... " (Mercier, 1986) pour montrer comment, lors d'une entrée *du côté du savoir*, le contrat didactique est la notion principale en didactique.

Mais il manquait une méthode capable de fonder une observation qui, dans les premiers moments, ne semblait produire que la description d'événements anecdotiques. La question des élèves en échec électif en mathématiques est la pathologie qui me permettra d'interroger la normalité, selon la proposition de Canguilhem (1943). Je poursuivrai donc les travaux des élèves de l'école d'orthophonie de Bordeaux sous la direction de Brousseau, comme les travaux personnels qu'il avait menés, de 1978 à 1982, en collaboration avec Jacques Péres (Brousseau, 1986a). Brousseau explorait en effet l'hypothèse suivante : l'étiologie des échecs scolaires nous est inconnue, mais la plupart des hypothèses relatives à une psychologie de la cognition ne tiennent pas pour les échecs électifs en mathématiques. Car on peut imaginer une "dyscalculie" venant compléter l'ensemble des symptômes identifié comme "dyslexie", mais les pratiques mathématiques de l'école élémentaire sont si générales qu'il est difficile de tenir l'hypothèse d'une dyscalculie dont les effets resteraient isolés à une seule discipline.

Il est donc raisonnable d'explorer une hypothèse relative à la responsabilité de l'école : la relation entre certains élèves et le rapport de l'école aux mathématiques - le contrat didactique - pourrait être, pour certains élèves, pathogène. C'est l'hypothèse de Brousseau : les échecs électifs en mathématiques sont des effets du rapport aux objets mathématiques que l'école propose, c'est-à-dire des effets du contrat didactique (On peut en donner une formulation plus fai-

ble : certaines formes du contrat influent sur le rapport des élèves en difficulté aux objets mathématiques). J'ai donc cherché à observer des pathologies du contrat, en m'appuyant sur l'idée que le contrat didactique installé dans une classe de mathématiques donnée à propos d'un savoir mathématique particulier aide (mais en général il n'aide pas complètement, ou pas tous les élèves) à régler une organisation complexe de relations interpersonnelles, de rapports aux objets de l'activité, de rapports aux objets de savoir, de desseins personnels et d'enjeux institutionnels. Il est donc possible que des élèves (certains élèves seulement), pour des raisons qui nous sont inconnues, se trouvent piégés par leur incompréhension de certains enjeux didactiques, en raison d'un contrat qui peut laisser à leur charge une part de responsabilité importante dans la réussite de l'enseignement ; ou inversement que des élèves (d'autres élèves, peut-être) piègent le professeur en prenant ses injonctions au pied de la lettre pour se défaire de leur part dans le travail institutionnel : comme on dit de quelqu'un " qu'il fait semblant de jouer mais qu'il a retiré ses billes ". Comme la théorie des situations permet d'identifier certaines des variables qui commandent au contrat didactique, il doit donc être possible d'agir par ce moyen, dans le cas des échecs électifs (on en trouve en moyenne un par classe). Brousseau et ses étudiants ont publié quatre prises en charge expérimentales, consistant chacune en huit séances centrées sur un objet d'enseignement précis, qui ont successivement été tentées et observées en 1977 et 1978. Des deux prises en charge menées par Brousseau lui-même¹, l'une, dans le cas de Gaël, donnera une réussite exemplaire (Brousseau & Péres, 1981). Par comparaison, l'échec de l'autre est sans doute une des sources de la notion de *dévolution de la situation adidactique*, car c'est, à l'analyse, le problème de la dévolution qui a été résolu lorsque Gaël s'est engagé dans une suite de paris, au cours d'une séance de la prise en charge : le reste du dispositif didactique utilisé était connu de Brousseau et de l'équipe de Michelet. Les chercheurs ont identifié un problème mathématique précis sur lequel Gaël bute : il ne donne pas de sens aux problèmes de soustraction qui lui sont posés et il les traite comme des problèmes d'addition. Gaël décompte avec très peu de sûreté, en particulier au passage descendant des dizaines, et il semble que cette difficulté l'ait conduit à développer des stratégies d'évitement du décomptage qui peuvent rendre compte de son rapport déficient à la soustraction. Mais il ne peut être question d'entraîner une technique rendue obsolète par plus d'un an de progression du temps didactique et Brousseau décide de proposer à Gaël *l'action par tâtonnements dans une situation adidactique fondamentale pour la soustraction*.

1 Ces prises en charge ont été réalisées dans le cadre du Centre pour l'Observation et la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques dont Brousseau est le responsable scientifique et sous le contrôle de l'équipe d'aide spécialisée de son Ecole, Jules Michelet, à Talence.

Cela appelle plusieurs remarques, relatives au système conceptuel de la théorie des situations et plus particulièrement ici au modèle des situations adidactiques. D'abord, une telle situation propose à la fois à l'élève un problème et le moyen de valider ou d'invalidier par lui-même les solutions qu'il propose, parce que la situation porte en elle les critères de réussite de l'action : c'est une situation fondamentale. Ensuite l'élève qui tente une action de sa propre initiative tente d'obtenir (par un procédé qui est en ce point indifférent) la réponse à un problème dont il ne peut plus nier la nouveauté et dont la solution est la réponse attendue : la situation pose le problème de la soustraction et seulement celui-là, elle est fondamentale pour la soustraction. Ensuite l'élève, s'il accepte d'agir dans la situation fondamentale pour la soustraction, sera dégagé de l'obligation de satisfaire aux attentes qu'en d'autres conditions il attribuait indûment au professeur (par exemple, son action l'engagera à ne pas calculer la somme des nombres en présence) pour s'intéresser au problème posé : c'est une situation adidactique fondamentale pour la soustraction. Pour finir, l'élève se trouve dans une situation où l'autonomie qui lui est donnée l'engage à tenter des réponses multiples, puisque son action n'est plus l'objet d'un jugement extérieur : les tâtonnements seront donc pour lui une exploration de l'espace du problème et les stratégies d'anticipation qu'il va tenter seront l'effet des premières connaissances que sont ces stratégies. C'est, dans la théorie des situations didactiques, la didactification maximale qu'un professeur puisse réaliser en conservant le sens du problème que l'élève étudie. Le modèle des situations adidactiques est particulièrement efficace dans le cas présent, parce que Gaël dispose d'une technique mathématique de contrôle des anticipations dans un problème de soustraction, c'est l'addition (qui, chacun le sait, est la preuve de la soustraction).

La difficulté principale tient alors à ceci : *le modèle ne garantit la réussite que dans le cas où un collectif d'élèves peut, sous la direction du professeur, assurer en les formulant la diffusion des connaissances produites par l'un ou l'autre, puis étudier leur validité et leur cohérence avec le système des connaissances antérieures* : comment réaliser ce travail avec un seul élève, qui plus est avec un élève en difficulté ? Ce n'est pas un problème mineur. On considère que la réussite obtenue tient à ce que Gaël accepte, lors de la troisième séance, de se lancer avec Brousseau dans un jeu où il parie (et ils topent avec sérieux) sur le nombre de billes qui restent dans un sac de 35 billes (Gaël les a comptées et mises dans le sac) mais dont on a enlevé 12 (celles-là aussi, Gaël les a comptées) et de corriger son estimation au fur et à mesure qu'il compte les billes qui sont restées et que Brousseau a sorties du sac : Gaël, qui n'est pas un élève en échec scolaire, peut, dans les conditions didactiques qui lui sont offertes, se risquer à affronter ce problème dans la mesure où, justement, prendre un risque fait partie du jeu. C'est ce que désigne la notion de dévolution du problème. Il restera, ce ne sera guère plus aisé, à engager Gaël

sur les chemins de l'apprentissage des techniques de soustraction : mais l'intervenant en savait les détours nécessaires.

Cependant, ni la réussite retrouvée de Gaël ni les difficultés continuées de Patrick (ou, l'année suivante, de Nathalie et Jérôme) ne nous permettent de comprendre l'étiologie didactique de l'échec qui a été attribué à chacun d'eux : nous savons seulement, au terme de ces études, que l'action sur les éléments du contrat didactique à propos desquels un conflit est déclaré permet à ces élèves de renouer un rapport plus ou moins robuste avec les savoirs scolaires, mais que les séquences les mieux organisées peuvent perdre toute efficacité didactique si, pour une raison qui reste inconnue, l'intervenant ne peut faire dévolution du problème à l'élève c'est-à-dire, *passer contrat (didactique) à propos d'un problème*. Le contrat didactique permet d'identifier la limite de validité du modèle des situations adidactiques.

En ce point, nous pouvons être convaincus d'avoir à notre disposition une théorie au sens propre du terme, puisqu'elle rend compte de ses limites. Dans les cas d'échec électif étudiés, l'échec du modèle des situations adidactiques à donner une situation efficace montre que cette efficacité suppose la participation active des élèves et que celle-ci n'est pas acquise : *à quelles conditions un élève entre-t-il dans le contrat ?* Cette question ne viendra pas au jour d'un coup, parce que personne ne l'attendait et qu'elle ouvrait sur un nouvel espace de questions dans lequel nous n'avions aucun moyen théorique ou expérimental de chercher réponse dans le cadre des théories didactiques existantes.

L'évolution temporelle du contrat

A ce stade, le problème des liens entre les études de l'échec électif des élèves et l'étude des contrats didactiques - dans leurs dimensions pérennes comme dans leurs caractères transitoires - se formule ainsi : " Comment devient-on un élève, un sujet du contrat didactique ; peut-on rester formellement élève sans être assujéti complètement au contrat didactique ; peut-on se trouver exclu du contrat ; comment les bons élèves trouvent-ils à se libérer de l'emprise du contrat ? " et plus généralement " Que doit proposer une institution à ses sujets potentiels pour que ceux-ci entrent dans son jeu en la nourrissant de leur activité et bénéficient en retour de l'accès à l'objet de l'institution ? " Nous retrouvons ici certaines des questions posées en introduction et l'ensemble des questions qui suivront correspondent aux différentes facettes de ce qui est dorénavant *un problème*, formulé dans le cadre d'une théorisation qui se construit au fur et à mesure des recherches : *un Problème didactique*.

Car l'attaque de ce problème se fait en interaction avec un collectif de pensée (Fleck, 1935) organisé dans un but commun (théoriser le didactique) et qui regroupe dans un espace de questionnement et de validation commun la majeure partie des chercheurs de langue française sur l'enseignement des mathémati-

ques. Le problème identifié est donc *un grand problème* didactique, parce que le travail qu'il permet induit des progrès théoriques importants.

L'approche des élèves en difficulté pose d'abord des questions délicates de méthode. En effet, l'éthique la plus élémentaire demande que l'observation ne nuise pas et que l'intervention apporte l'aide la plus efficace. Cela interdit une intervention qui stigmatiserait la difficulté en produisant un effet Pygmalion inversé, soit, une intervention qui n'aurait pas le caractère ordinaire des actes institutionnels. Ainsi, les seuls intervenants légitimes sont les intervenants professionnels et c'est seulement leur intervention, qui peut être observée ; de même l'expérimentation légitime est nécessairement médiée par un intervenant. Cela induit le dispositif mis en place dans les travaux pour lesquels le chercheur ne paie pas le prix de la création d'une institution pour l'expérimentation, comme Brousseau l'a fait avec l'Ecole Jules Michelet ; car prendre ici la position d'intervenant en même temps que tenir la posture de chercheur ne peut être qu'un pis aller acrobatique. La construction des positions respectives de chercheur et d'intervenant et l'étude de leurs interrelations ne sera proposée que plus de vingt ans plus tard, par Leutenegger (1999), sous l'impulsion de Schubauer-Leoni.

Mes premières tentatives expérimentales vont donc s'appuyer à la fois sur ma connaissance personnelle, comme chercheur, de l'espace didactique de remédiation en mathématiques que je vais aider l'intervenant à développer, et sur un dispositif parallèle permettant de mener l'analyse du contrat stabilisé dans la situation de remédiation en mathématiques, afin d'atteindre, avec l'élève, à une forme d'analyse du contrat didactique tel qu'il vit dans sa classe de mathématiques. Cela suppose que, comme chercheur, je connaisse par avance les formes contractuelles stables que l'intervenant a mises en place dans ses interrelations avec l'élève, pour en interpréter les variations locales comme des effets du rapport de l'élève au contrat de sa classe d'origine. Quelques élèves de collège en difficulté sont en pris en charge individuellement dans le centre Médico-Psycho-Pédagogique où intervient le " Rééducateur en mathématiques " avec qui j'entre en interaction (en principe la remédiation en mathématiques n'est que l'une des aides fournies, l'autre présentant nécessairement une dimension thérapeutique). Mais l'observation est d'autant plus difficile, que les prises en charge individuelles ne peuvent être observées directement, c'est donc un procédé d'*anamnèse* qui donne accès à la relation didactique à observer. Il s'agit, à l'image de la technique bien connue en psychologie clinique, d'un entretien de *levée de l'oubli* dont l'efficacité provient de la capacité du meneur de jeu à poser des questions précises qui renvoient l'intervenant à des actions concrètes. Les actions expertes sont en effet soumises à un oubli fonctionnel, parce qu'elles engagent des choix dans un espace que le praticien ignore connaître, d'autant plus lorsque ses choix produisent les effets qu'il en

attendait : les actions qui réussissent sont les effets de choix produits par un *sens du jeu qui doit ne pas se connaître comme connaissance*. Avant l'action, cette connaissance encombrerait une prise de décision qui, portant sur un problème connu, est immédiate ; pendant l'action, les routines sont silencieuses (ce qui ne signifie par l'absence de toute activité cognitive mais le fait que ces activités ne portent pas sur le but, puisqu'il ne fait pas problème lorsque l'acteur ne doute pas de son action) et après l'action réussie, l'attention doit se focaliser sur l'observation des effets attendus et sur de nouveaux objets problématiques. Le travail d'anamnèse apparaît donc à l'intervenant comme un cadeau fait au chercheur, qui doit en retour offrir quelque chose : ce sera la préparation de la séquence suivante, fondée sur une analyse immédiate de la séquence dont l'anamnèse vient d'être conduite.

J'ai pu ainsi étudier complètement deux cas. Le premier est donné en annexe de la thèse (Mercier, 1992), le second n'a pas été publié. Car faute de méthode reconnue, la validation expérimentale des analyses produites grâce à un dispositif aussi délicat à conduire ne peut venir que des effets observables de la rééducation, et seul le premier cas a abouti à des effets repérables. Cependant, quand bien même considérerait-on que l'ensemble de ces contraintes engage la recherche dans la création d'un dispositif théoriquement réalisable, il n'est pas possible de garantir la valeur des variables identifiées qui pourraient intervenir dans le résultat. Les observations rapportées sont donc contestables par principe, de manière plus invalidante que par le fait qu'elles auraient pu être obtenues grâce à la connaissance pratique des intervenants.

Le principal bénéfice de cette recherche est donc relatif à ce qu'il donne une première connaissance du système des différents paramètres identifiés et dont le contrôle a été recherché. C'est-à-dire, au bricolage expérimental lui-même plus qu'à ce qu'il a produit. C'est déjà beaucoup plus que ce que Bachelard appelle " la connaissance première " qui fait obstacle à toute tentative scientifique parce qu'elle est fondée sur des catégories de pensée préconstruites : les catégories sont ici données par des théorisations produites par des moyens de recherche permettant leur validation scientifique.

En particulier, l'anamnèse par laquelle l'intervenant livre son interprétation de la relation didactique qu'il rapporte nous apprend à observer les relations entre les demandes de l'intervenant et les gestes que produit l'élève, en réponse à ces demandes ou indépendamment d'elles. Peut-on ainsi identifier les caractères particuliers du contrat qui sont à l'œuvre dans la relation de remédiation ? Sans doute, ce moyen est-il une méthode de production de traces qui peuvent être interprétées, et qui peuvent aider à produire des signes (Foucault, 1963, p89) : je l'utiliserai quelques années plus tard, dans une expérimentation qui reprendra ces travaux exploratoires dans un cadre conceptuel élargi, à l'aide d'un dispositif mieux validable d'approche biographique du didactique, en vue d'une thèse.

L'approche biographique du didactique

L'idée d'une approche *biographique* ne porte pas l'espoir d'atteindre à une vérité plus proche d'un mytique *vécu*. Avant les didacticiens, certains sociologues ont travaillé dans ce sens, sans doute parce que l'étendue temporelle d'une vie humaine montre des logiques d'action, dans les groupes sociaux qui ne les formulent pas par ailleurs (Bertaux, 1997). D'autres ont supposé que l'unicité des choix pratiques d'un acteur individuel exprime l'ensemble des contraintes d'un univers social, totalisées dans un univers singulier (Ferrarotti, 1990), ce n'est pas exactement le cas de mes travaux, bien que je sois plus proche de cette position. L'approche biographique cherche en effet à saisir le didactique et il s'agit d'atteindre, par l'observation biographique, des dimensions de la réalité étudiée qui seraient autrement invisibles ; elle permet de changer de point de vue.

Pour autant, je tenterai de ne pas perdre l'avantage que donne, pour les analyses didactiques, l'entrée par le savoir. Il s'agit donc plutôt de penser à nouveau les dispositifs d'analyse des institutions didactiques, afin de les adapter à l'usage qui en est maintenant envisagé : l'analyse de la transposition didactique demeure au fondement de toute interprétation des observables, mais elle est loin de suffire à l'observateur de la classe, qui - faute d'un dispositif produisant des observables - se fait prendre au piège d'un parti-pris pour l'un des contractants de la relation didactique. Soit il se pense enseignant et se retient difficilement d'intervenir pour aider un collègue lorsqu'il le sent en situation délicate, soit il se pense élève et compatit aux malheurs de tel ou tel, que le professeur semble délaisser.

Or, le meilleur moyen de définir des observables est de tenter de les produire à la demande, il n'y a donc qu'un pas entre la recherche d'une méthode d'observation et l'invention de la méthode d'intervention connue sous le nom d'ingénierie didactique : le seul moyen d'objectiver l'observation en observant des tentatives de production volontaire des phénomènes recherchés. C'est ce pas que l'observation biographique va m'éviter de devoir franchir.

Le problème de l'intervention pour l'observation

Les théories didactiques ne sont pas des théories du sujet épistémique, mais des théories de l'action et de la pensée collectives, tant du point de vue épistémologique avec les notions de *savoir* (considéré comme une technique so-

ciale de pensée et d'action), de *transposition institutionnelle* des savoirs, de *situation fondamentale* pour un savoir, que du point de vue social avec les notions de *suite de situations adidactiques* pour la (re)production d'une institution savante ou, bien sûr, de *contrat didactique*. L'adoption d'un point de vue institutionnel sur les phénomènes didactiques vient de ce que les analyses didactiques sont fondées par des analyses épistémologiques qui définissent le domaine de réalité et le domaine culturel de l'institution. Les analyses didactiques mettent en œuvre ce postulat : “ Une institution se définit d'abord par son *domaine de réalité* ” c'est-à-dire, par son domaine d'intervention et son objet (Chevallard, 1988a).

Ce point de vue a permis l'émergence d'une théorisation nouvelle ; le fait que cette avancée ait été produite, en quelque sorte, par un groupe de chercheurs autodidactes, a permis un développement initial rapide de la didactique des mathématiques, mais il n'a pas donné à cette science naissante les assises épistémologiques dont bénéficient les nouvelles théories qui apparaissent dans les sciences humaines traditionnelles. Un contrôle épistémologique parfois trop lâche ou maladroit a permis que se produisent des déformations importantes, qui sont apparues au cours de la diffusion des pratiques de recherche dans un groupe élargi de mathématiciens, culturellement peu sensibles aux interrogations épistémologiques. En particulier, la réduction des points de vue de l'observation à celui d'un didacticien-ingénieur qui se retrouve rapidement dans la posture de *mathématicien apte à guider le professeur* a pu rendre certains didacticiens aveugles aux phénomènes didactiques qui dépendent de ce que j'appellerai avec Margolinas (1994) “ la situation pour le professeur ” : du point de vue du professeur c'est-à-dire, en occupant intellectuellement sa position, on ne peut pas observer le professeur.

Il y a là une délicate question de méthode qui mérite un développement particulier et une argumentation détaillée. L'approche biographique du didactique est fondée sur le même postulat que les approches institutionnelles (leur domaine de réalité et la culture institutionnelle définissent les institutions), tout en affirmant que chaque position d'observation produit nécessairement une *zone aveugle* : faute de construire à cet effet la place de chercheur, pour observer le professeur il est possible, par exemple, de prendre le point de vue des élèves. C'est le parti que j'ai pris.

Du bricoleur à l'ingénieur

Mais au delà de la question du point de vue de l'observateur, de nombreuses questions de méthode se posent. Du bricolage “ pour voir ” au dispositif technique permettant de *valider une hypothèse*, il y a l'espace d'un progrès technologique dans les méthodes de production des phénomènes. Cet espace technologique de production des phénomènes est aujourd'hui reconnu dans les scien-

ces de la nature, pour sa part dans les progrès scientifique comme pour la valeur ajoutée théorique qui lui est liée. Il est vrai que ces sciences sont mieux préparées à reconnaître l'importance de la lunette astronomique et de tous les appareils à voir et mesurer que sont le spectroscopie pour la théorie ondulatoire de la lumière, le stéthoscope pour la médecine, etc., que ne le sont les sciences sociales et humaines, qui doutent encore trop souvent de leur projet scientifique pour reconnaître ce qu'elles doivent au divin, à la datation au carbone 14 ou à l'analyse factorielle des correspondances.

Certes, l'analyse textuelle, la structuration ensembliste des données, la méthode des quotas participent des fondations reconnues de la sociologie, mais elles ont perdu le sens de leur lien initial aux problèmes de mesure des phénomènes sociaux et elles appartiennent aujourd'hui aux statistiques, à qui elles sont l'équivalent des microscopes ou des analyses microchimiques pour la biologie. Sans doute, la recherche des variables pertinentes d'une configuration ressemblerait mieux à un dispositif méthodologique où les concepts sociologiques mobilisés sont visibles. Mais aussi bien le différenciateur sémantique, le Test d'Acquisition Scolaire, l'enquête par entretien d'anamnèse, l'analyse a priori, le calcul du coût d'usage d'une stratégie, ne sont pas traités et étudiés comme des produits majeurs de la recherche en psychologie sociale, éducation, ergonomie, ou didactique. L'automatisation instrumentale, qui autorise le contrôle du geste que donne un dispositif technique, la garantie de sa répétition possible et - toutes choses étant égales par ailleurs - la certitude de son effet, est pourtant de la même nature que la problématisation, qui permet le contrôle de la pensée, la garantie de la consistance des connaissances produites et l'assurance d'une pensée surveillée que donne un modèle théorique.

Cependant, un hiatus semble exister, entre technique et théorie. C'est que la dimension technologique, qui permet le contrôle de la production d'un dispositif technique et - toutes choses étant égales par ailleurs - la garantie de sa fonctionnalité, est oubliée chaque fois que le rapport social à la technique est fortement dévalorisé. L'évaluation du fait que toutes les choses qui comptent sont, par ailleurs, égales, correspond à la résolution d'un problème chaque fois nouveau, mais le nouveau qui apporte quelque progrès prend toujours appui sur du déjà connu dont l'efficacité technique, la fonctionnalité technologique, la cohérence théorique sont mises à la disposition de l'action instrumentée par la culture. Selon une métaphore de Lévy-Strauss, le chercheur - qui doit toujours inventer des dispositifs techniques qu'il produit par démontage et re-composition - est un bricoleur. Mais c'est *un bricoleur dont le bricolage se pense et se présente comme " prototype technique " : le chercheur peut en rendre compte*, à la fois aux niveaux technologique et théorique. Une interrogation méthodologique est donc, en ce point, pertinente.

Ingénierie et phénoménotechnique

Les premières études didactiques reposent sur une *ingénierie* (Chevallard, 1982 ; Artigue, 1990), c'est-à-dire sur la construction raisonnée d'un dispositif d'enseignement expérimental, pour l'observation de phénomènes didactiques et l'expérimentation des hypothèses produites par les théorisations existantes lorsque le chercheur les fait mettre en œuvre par un enseignant, dans le cas particulier d'un savoir à enseigner. Dans ce cadre, traditionnel en didactique des mathématiques, après une étude des questions mathématiques en jeu, le chercheur ou l'équipe propose un problème mathématique et une manière de le poser à des élèves telle, que ces élèves peuvent comprendre suffisamment le problème pour s'engager dans des stratégies de résolution ; puis un professeur qui est, en principe, distinct du chercheur (maintenant venu en position d'observateur) développe l'enseignement du savoir qui permet de résoudre le problème, en s'appuyant sur des techniques didactiques identifiées, déclarées a priori.

La théorie des situations didactiques (elles permettent de transformer le statut épistémologique de la stratégie de résolution initiale, en assurant sa reconnaissance sociale dans la classe et sa validation comme technique fondée en raison comme en pratique) est la principale conquête théorique de l'ingénierie. Elle décrit en effet les dimensions nécessaires d'un enseignement scientifique¹, au delà des phases d'action par lesquelles les élèves éprouvent la nécessité d'une connaissance nouvelle : la formulation des stratégies de résolution produites par des élèves ou des groupes d'élèves particuliers, l'étude de leur mise en œuvre par d'autres élèves (identification de leur efficacité et dépersonnalisation) puis l'étude de leurs usages pour la résolution d'autres problèmes (décontextualisation et domaine de validité) enfin, la validation de ces stratégies comme éléments du savoir mathématique de la classe (recherche d'une cohérence et institutionnalisation). Le chercheur observe les difficultés rencontrées par les élèves dans les différentes étapes de leurs apprentissages et, le cas échéant, la manière dont le professeur réussit ou échoue à faire vivre le projet d'enseignement qui lui est fourni.

Mais l'enjeu pratique et théorique de ces travaux est aussi - selon certains c'est un enjeu plus fondamental du travail de recherche en didactique² - de donner la preuve de viabilité des situations fondamentales pour l'enseignement d'un savoir mathématique qu'un chercheur en mathématiques a imaginées, sachant que l'identification a priori de ces situations se fait à partir d'une analyse défi-

1 Ce faisant, elle montre sa filiation avec les propositions de Diénes en même temps que les points sur lesquels elle l'a profondément remaniée.

2 Je pense que l'on touche là à un des points les plus sensibles des débats actuels sur la nature de la didactique des mathématiques, Brousseau défendant sans hésitation l'idée que la science qu'il a faite est une branche des mathématiques tandis que d'autres dont je suis affirmant que les sciences de l'éducation doivent faire une place à des études de didactique et de didactique comparée qui sont aujourd'hui essentielles au développement de certaines problématiques initiales.

nissant les types de problèmes que ce savoir permet de résoudre, puis les conditions dans lesquelles ce savoir ou tel autre est socialement préférable pour traiter un type de problèmes. Mais la réduction du travail didactique à cette activité comporte des dangers qu'il ne faut pas ignorer et, ainsi que Brousseau (1986a) dans sa thèse ou Chevallard (1989b) dans sa note d'habilitation l'ont eux-mêmes clairement affirmé, l'enjeu principal de la recherche n'est pas la production de réponses pratiques (ce qui est l'objet du développement) mais la production de théories, de problèmes, de méthodes. Dorénavant, les savoirs que vise l'ingénierie sont relatifs aux formes didactiques des savoirs mathématiques c'est-à-dire, à la transposition didactique.

L'ingénierie est donc considérée à la fois comme un moyen de *mettre au point des instruments scientifiques* pour l'observation (c'est-à-dire, selon le néologisme inventé à cet effet par Gaston Bachelard, comme une phénoménotechnique), comme un moyen d'*expérimenter* les solutions pratiques que sont les *moyens d'enseignement* des différents savoirs (c'est l'ingénierie au sens propre) et surtout peut-être comme un moyen de *valider expérimentalement des organisations épistémologiques* qui appartiendraient de plein droit aux produits d'une recherche mathématique : Brousseau nomme ces organisations des *situations fondamentales* pour un savoir et il a entrepris de produire, tout au long de sa vie de chercheur, des situations fondamentales pour les savoirs mathématiques de l'école obligatoire.

La difficulté de faire reconnaître ce travail par les mathématiciens, comme un travail mathématique de plein exercice, vient de ce que la production d'une situation fondamentale n'est pas pour eux la production de mathématiques nouvelles au même titre, par exemple, que la démonstration d'un théorème nouveau. La vision cumulative des savoirs ne comprend pas les réorganisations et les transpositions.

Pour la plupart des mathématiciens, quand bien même ces activités produiraient des réponses à des problèmes réels et importants, elles relèvent au mieux des mathématiques appliquées : le mépris social pour le travail technique se convertit ainsi, au cœur de la discipline la plus techniquement utile jamais inventée, en un mépris pour ses usages - qui se traduit jusque dans leur dénomination de *mathématiques appliquées*. L'histoire en remonte à Platon - dont la métaphysique plaçait les mathématiques pures du côté de la vérité, lorsque leur intérêt tient à leur pertinence. De ce fait, les didacticiens les plus proches des mathématiciens se sont parfois raidis sur des positions défensives qui ont pu donner à croire aux non mathématiciens qu'ils reprenaient à leur compte la position platonicienne.

A son origine, l'ingénierie didactique visait en revanche, soit *la production de phénomènes nouveaux* que la théorie permettait d'imaginer (ce qui donnait une validation expérimentale d'un développement théorique, relatif aux mathématiques ou à la didactique même), soit *l'interprétation de phénomènes in-*

connus que l'action avait fait apparaître (ce qui donnait une explication théorique à une observation d'expérience, relative aux rapports des sujets observés à certains problèmes mathématiques ou à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques). Ce mouvement de recherche *explorait des questions reconnues comme intéressantes* ou qui *posaient des questions nouvelles* (c'est le processus de questionnement cumulatif que produit toute communauté de recherche scientifique).

En effet, une recherche valide une hypothèse, explique un phénomène, résout un problème ancien ou pose un problème nouveau non résoluble en l'état. Ainsi, sauf dans le cas où le problème à résoudre serait justement de produire l'enseignement ordinaire d'un savoir mathématique donné, le produit d'une ingénierie (une proposition d'enseignement) n'est pas un produit de la recherche et la question même de l'enseignabilité s'en trouve en quelque sorte impensée. Car pour expérimenter l'enseignabilité d'un savoir, le chercheur doit considérer que le professeur - qui réalise l'acte d'enseignement proprement dit - est forclos¹. Et l'on s'aperçoit bientôt que les difficultés du professeur, bien qu'elles mettent en cause la robustesse des productions de l'ingénierie, demeurent des questions théoriquement silencieuses pour un chercheur qui s'est situé malgré lui dans la position d'enseignant.

L'analyse a priori d'un espace de stratégies

Le questionnement didactique, qui affirme à son origine une différence irréductible avec la pédagogie, fonde cette différence sur deux points cruciaux : l'intérêt porté au savoir en jeu dans la relation et la dimension non prescriptive du discours tenu. Le premier point provient de la prise en compte théorique de la triple dimension d'une institution didactique pensée comme l'organisation productrice de (et produite par) la rencontre de trois institutions sociales (enseignante, apprenante, savante). " Entrer dans la compréhension d'une activité mathématique par l'analyse du savoir " signifie que l'on considère par principe que la recherche de cet enjeu de toute relation didactique donne le sens des actions observables à propos de l'enjeu de la relation, le savoir².

Brousseau postule alors, après Bachelard, que le sens d'une action est décrit par l'espace des actions efficaces possibles qui n'ont pas été conduites : à sa suite, les didacticiens des mathématiques nomment *analyse (didactique) a priori*, l'étude des stratégies possibles pour un élève, face à une action qu'il doit mener (Mercier & Salin, 1988). L'analyse a priori répond en principe à la question : " Quelles sont les situations permettant de faire exister pour les élèves une classe de problèmes telle, que dans les formes élémentaires de ces si-

1 Foreclos est ici utilisé dans le sens juridique du terme : on ne peut porter de jugement à l'endroit du professeur.

2 Cela signifie aussi que toute relation interpersonnelle porteuse d'un enjeu durable se développe comme une institution.

tuations les élèves puissent reconnaître les possibilités d'action qui leur sont offertes et que dans leurs formes évoluées les élèves ne puissent résoudre les problèmes - qu'ils ont identifiés - sans faire intervenir le savoir que le professeur cherche à leur enseigner¹ ? ". L'ingénierie qui peut être développée sur la base de ces analyses est alors l'objet d'une expérimentation, qui porte donc sur question suivante : la nécessité qui fait le sens du savoir (et qui a été déterminée par l'analyse) est-elle éprouvée par les élèves ?

L'observation du comportement attendu permet de donner à cette question une réponse positive. C'est là un travail dont nul ne contestera l'intérêt immédiat pour l'enseignement des mathématiques, pas plus que la compétence des mathématiciens intéressés aux phénomènes didactiques à le réaliser, mais ce n'est que l'une des dimensions nécessaires à la recherche didactique. Car les *effets de contrat* (Brousseau, 1983 ; Brousseau, 1984) permettent à l'enseignant d'obtenir malgré tout, localement, un comportement conforme des élèves - bien que ce comportement ne possède plus le sens initialement visé.

Cependant, la posture d'ingénieur didacticien porte le chercheur à penser le système didactique du point de vue des variables contrôlables c'est-à-dire, du point de vue de l'enseignant qui réalisera l'expérimentation. Cela l'engage, parfois malgré lui, à laisser entendre que les difficultés d'exécution seraient l'effet des propriétés particulières des exécutants - c'est-à-dire que lui aurait su, en situation d'enseignement, trouver les solutions que le professeur et les élèves ont ignorées. Le discours normatif sur l'enseignement n'est plus loin de l'étude didactique, lorsqu'elle est restreinte à l'observation des effets d'une ingénierie : les effets de contrat sont bientôt attribués à l'épistémologie personnelle du professeur ou (c'est à peine mieux) à ses déformations professionnelles.

Malgré que le chercheur en ait, le point de vue de l'ingénieur crée une zone aveugle de l'observation relative à *l'espace didactique ordinaire* créé par le professeur pour chacun des élèves d'une classe de mathématiques plus encore qu'à la personne du professeur. Car l'ingénieur, pour pouvoir communiquer son travail au professeur, pense spontanément le dispositif qu'il imagine *du point de vue du professeur*, ce qui l'amène à partager les aveuglements institutionnels de ce dernier. Ils vont de pair avec la soumission aux contraintes de la fonction, ils sont donc fonctionnels (Mercier, 1985b ; Mercier, 1998). Or, cette zone aveugle correspond à la question posée en introduction et qui portait sur les réussites des relations didactiques, qui sont diverses pour différents élèves. Cette question demeure donc, en ce point des travaux en didactique, porteuse

1 L'élève qui a calculé successivement 4-1, 9-2, par décomptage puis 5-4, 9-6, par surcomptage, qui vérifie ses réponses par addition et qui vient de répondre " 3 ", par surcomptage, à la question " combien font 14-11 ? " ne peut pas refuser un sens la question " combien font 124-79 ", même s'il n'est plus sûr de savoir comment répondre.

d'une nouveauté qui n'a pas été réduite, mais qui peut maintenant être problématisée.

L'attaque de cette question suppose une observation du didactique qui soit organisée cette fois *du point de vue d'un élève*, même si elle est instrumentée par une étude préalable du point de vue du professeur, qui donne les lignes de force de "la situation pour l'élève" que le professeur a projeté de créer. Mais pour identifier et produire des phénomènes qui puissent être reliés à la question de l'effet (différent ou non) d'un même enseignement sur différents élèves, je devrai m'appuyer sur les éléments théoriques essentiels produits par les travaux d'ingénierie - ils décrivent les propriétés connues de l'espace où se réalisent les observations - afin de comprendre comment différentes stratégies peuvent y être développées par les sujets d'une institution qui se pensent (relativement à cette institution) semblables.

Les théorisations du didactique, questions relatives au savoir

Il semble que la théorie des situations, dont certaines lignes de force techniques viennent d'être présentées sous les traits - sans doute réducteurs - du dispositif phénoménotechnique qui lui est associé, permette au moins de répondre à la toute première question posée en introduction de cette Note : comment des élèves peuvent-ils apprendre les mathématiques qui devaient leur être enseignées. C'est en tous cas ce que montrent les expérimentations de Guy Brousseau et de ses étudiants, qui couvrent aujourd'hui l'ensemble des questions de l'enseignement élémentaire et, au delà, la plupart des savoirs de l'école générale obligatoire qu'est, en France, le collège (6^e à 9^e année). Mais contrairement à ce que certains ont pu écrire, si l'on peut affirmer que la théorie des situations est bien une théorie c'est parce qu'elle comprend la prise en charge de son rapport au réel, qui dépasse toute théorie dans la mesure où il ne peut jamais être réduit à une réalisation de la théorie. Ainsi, la théorie des situations donne les conditions et les contraintes d'un enseignement efficace : mais ce ne sont pas des conditions nécessaires : des élèves apprennent même quand toutes les conditions ne sont pas remplies ; et ce ne sont pas des conditions suffisantes : il y a des élèves qui n'apprennent pas malgré le fait que toutes les conditions soient, parfois, remplies. Quant aux contraintes, elles ne sont pas absolues : il est possible, moyennant un effort plus grand, d'atteindre malgré tout un objectif déterminé et il y a toujours une contrainte insatisfaite qui peut venir contrarier un plan théoriquement parfait.

C'est que la théorie des situations ne donne pas la manière dont l'enseignement doit être conduit afin que l'apprentissage soit garanti pour les élèves d'une classe donnée, mais elle explique la manière dont les élèves qui ont appris ont trouvé l'occasion de le faire grâce à l'enseignement qu'ils ont

reçu, sans préjuger des influences externes : une situation didactique est un système ouvert qui repose sur un contrat nécessairement implicite. En venant faire vivre ce contrat, des personnes s'assujettissent à une institution qui en retour est supposée leur proposer les meilleures conditions de l'accès aux savoirs définis par les programmes d'enseignement, étant données les contraintes externes et internes. Ce qui fait qu'aucun enseignement réel ne réunit jamais l'ensemble des conditions que la théorie exigerait pour garantir l'ensemble des effets recherchés (ou pire encore, l'ensemble des effets qui sont parfois produits) et qu'une observation de l'ensemble de ces effets serait sans doute le signe d'un glissement de posture, l'observateur se trouvant pris à une propriété fonctionnelle du contrat didactique. Si en effet, pour leur part, le professeur et les élèves doivent pouvoir déclarer que l'enseignement a réussi et qu'il est temps de passer à la suite, c'est qu'ils sont, l'un comme les autres, victimes d'une illusion institutionnelle : l'effet Topaze repose sur cette propriété du contrat (Mercier, à paraître en 2000).

C'est pourquoi la recherche des situations fondamentales pour les savoirs d'un programme d'enseignement, travail indispensable, ne suffit pas à l'étude du didactique : l'identification de telles situations ne garantit pas la généralisation de leur usage approprié. L'espace didactique semble soumis à des contraintes telles, que cet usage n'apparaît pas aux différents acteurs comme une économie méritant l'investissement qu'il suppose. Les phénomènes relatifs au contrat didactique rendent compte de certaines de ces contraintes, internes à la relation didactique ; les phénomènes relatifs au temps didactique viennent compléter l'identification de ces contraintes ; les contraintes externes actuellement identifiées sont relatives à la transposition didactique c'est-à-dire, à ce que Chevallard appelle l'écologie institutionnelle des savoirs. Pour en comprendre l'intérêt il faut imaginer que les institutions didactiques élémentaires où peuvent vivre des situations fondamentales sont prises dans une organisation plus large, le système d'enseignement. Les assujettissements institutionnels successifs qui commandent à la forme des savoirs pouvant circuler d'un niveau à l'autre se comportent comme une série de filtres qui peuvent avoir des logiques propres contradictoires, interdisant ainsi l'importation de certaines organisations mathématiques ou situations fondamentales qui aideraient pourtant à résoudre certains problèmes d'enseignement.

La situation fondamentale pour une connaissance

Ces précautions prises - mais à lire les critiques faites à la didactique des mathématiques, il semble qu'elles soient nécessaires¹ - il reste à définir l'intérêt de la notion de situation fondamentale. Nous commencerons par l'approche d'une définition fonctionnelle² : la situation fondamentale "c'est

1 Pour un exemple tout proche : Donnadieu & alii 1998.

2 Les définitions fonctionnelles sont premières parce qu'elles laissent ouverte la ques-

pour une connaissance ”, elle se reconnaît donc à cela, qu’un groupe social se sert de cette connaissance partagée pour définir sa stratégie d’action en se la présentant comme une manière de faire *naturelle*. Il peut y avoir plusieurs situations fondamentales pour un objet d’enseignement de haut niveau culturel, qui rend compte de l’ensemble des stratégies efficaces dans une classe de problèmes, comme le sont les nombres décimaux, ou plus encore les questions de la mesure des grandeurs, de la modélisation de l’espace, des pratiques algébriques, etc.

En voici un exemple rapide, à propos de la représentation graphique d’un espace (carte ou plan). Quel est l’usage des cartes, quel est l’usage des plans ? Les cartes hydrographiques servent sans doute à savoir où l’on est et où l’on va, lorsque l’on navigue. Leur usage suppose l’existence et l’usage de nombreux autres instruments, mais dans le cas le plus simple, pour savoir où l’on est alors que l’on est en vue d’une côte, il faut un *compas de relèvement*, deux *amers* (des points connus figurant sur la carte) bien identifiés, très peu de mathématiques puisque deux axiomes suffisent : “ une droite est définie par sa direction et un de ses points ”, “ un point est défini par deux droites sécantes en ce point ”, et deux principes physiques “ une ligne de visée est une ligne droite ”, “ en tout lieu, le compas mesure l’angle d’une ligne visée avec la direction du nord magnétique ”.

On ne peut donner une situation fondamentale pour une carte sans avoir construit une culture comprenant les systèmes d’instruments associés et les savoirs correspondant à leur emploi. Le problème est mathématiquement plus difficile lorsque les compas sont hors service (comme c’est le cas près d’un pôle magnétique) : il faut alors un sextant, trois amers et des mathématiques sur les angles et sur les lieux géométriques que sont leurs arcs capables. En revanche le problème est techniquement et mathématiquement plus simple à terre et dans un espace de taille moyenne, car il est alors possible de mesurer à la fois des directions et des distances, pour situer un point : on peut alors imaginer une situation dans laquelle émerge à la fois l’idée de faire une carte et les moyens théoriques et techniques de la réaliser, qui sera une situation fondamentale pour un premier rapport aux problèmes spatiaux traités à l’aide de cartes et aux relations entre angles et longueurs c’est-à-dire, à la géométrie élémentaire du triangle. Cette géométrie sera donc un objet de savoir culturel permettant l’accès au problème des cartes à petite échelle, pour lesquelles la terre est localement plate, car c’est alors que l’on rencontre un phénomène de transposition didactique : à terre, puisqu’on mesure les distances, on perd

tion de l’existence de l’objet qu’elles définissent, et permettent de partir à la recherche de cet objet : l’ostension de l’objet fonctionnel est alors une preuve d’existence. “ La table, c’est pour manger, on s’assied ” disent les tout petits. Alors, des personnes “ assises, pour manger ” sont “ à table ”.

l'essentiel de la situation en mer - caractérisée par cette impossibilité ! Il faudra donc enseigner aussi la recherche de la position en mer, mais cet enseignement se fera désormais sur la base d'une culture de la triangulation à terre. L'ensemble de ces situations forme la situation fondamentale pour les cartes marines, qui ne peut être réduite ni à son emblème (la carte) ni à son contexte (la navigation maritime).

Qu'on me permette de poursuivre rapidement dans cette voie. Soit donc un problème d'écologie : définir un écosystème forestier local. Pour cela, les élèves du Cycle 3 primaire (4e et 5e années) ou du Cycle central du collège (8e et 9e années) vont observer la succession des plantes qui poussent sur un site et la croissance de celles qui demeurent. Ils utiliseront la méthode suivante, classique en écologie végétale : autour d'un point (en principe, choisi au hasard) on observe systématiquement toutes les plantes qui poussent dans un rayon suffisant (par exemple, vingt mètres) : un piquet et une ficelle suffisent à garantir la répétition de l'opération, si l'on est sûr de la permanence du piquet. Mais comment repérer les plantes d'une fois sur l'autre sans une carte du site ? Or, lever une carte sur un terrain accidenté et encombré ne peut se faire par mesure de toutes les distances comme cela avait été fait, par exemple, dans la cour de récréation. Il faut donc apprendre l'usage d'un système de visée des angles (l'équivalent du sextant) et la nécessité de choisir trois objets remarquables comme points d'appui de l'opération (l'équivalent des amers), et il faut apprendre à travailler dans un plan. Cette situation pose un problème qui suppose l'existence culturelle des angles et du rapporteur, et qui permet de fonder les propriétés du triangle dans un espace sans courbure. C'est une situation fondamentale pour l'homaloïdalité, la propriété de l'espace euclidien qui permet de lever une carte ou un plan et qui justifie l'enseignement du triangle : " si les points repérés sur le terrain appartiennent à un même plan, le passage du terrain à la carte - parce qu'il conserve les angles - conserve tous les rapports de longueurs ". La carte est alors *un bon modèle du terrain*, elle existe avec l'environnement culturel qui en permet l'usage¹.

Cet exposé pour démontrer, sur un cas particulier, la différence entre un problème d'écologie ou de mathématiques et une situation fondamentale pour un problème, qui porte avec le problème trois dimensions qui manquent trop souvent aux questions soumises à transposition scolaire :

- premièrement, les moyens de valider la solution et l'efficacité de la stratégie déployée (Peut-on retrouver les plantes, d'après le plan ?) ;
- deuxièmement, les conditions contextuelles permettant de montrer la valeur sociale de la technique produite, puisqu'il existe une classe de situations dans lesquelles des variations du même problème peuvent être expérimentées

1 Voir Hutchins (1995) pour une étude (réalisée sur le terrain de la Navy) de la navigation maritime comme connaissance sociale.

(Comment repérer une position en mer, etc.) ;

- et troisièmement, l'espace d'action permettant de juger de l'intérêt de diverses solutions techniques (Il offre l'espace nécessaire à l'étude technologique, en ouvrant sur une attitude réflexive qui caractérise les cultures scolaires).

Le travail de la suite des situations adidactiques permet alors de construire les techniques sociales que sont les savoirs sur l'assise donnée par la situation fondamentale (en conservant la dimension sociale qui en fait les différents sens dans d'autres institutions que l'école) et de redonner vie aux savoirs disciplinaires jusque dans le temps de leur enseignement¹. Il est ici intéressant de remarquer que ces conditions sont réalisées dans des situations qui portent, avec le problème dont le savoir visé est une solution, les moyens d'apprécier la valeur de la solution comme les moyens de juger des résultats de l'usage d'une solution particulière : jusque dans la question du savoir lui-même, la théorie des situations pense l'ouverture du système des disciplines sur leurs usages sociaux.

L'écologie institutionnelle des savoirs

Les premières analyses de la transposition didactique d'un savoir (Chevallard & Johsua, 1982) avaient identifié la contrainte de *mise en texte* des savoirs comme contrainte principale de la transposition didactique. Mais la mise en texte est une contrainte interne aux systèmes didactiques, elle s'exprime faiblement lors de l'intervention de la noosphère². Les sujets de la noosphère ont des fonctions institutionnelles de décision et de régulation, ou ils œuvrent dans des associations et sont appelés dans les " Commissions de réflexion " régulièrement renouvelées, ils assurent les échanges du système avec son environnement et dans ce cadre ils lui proposent des adaptations conscientes. Ils luttent ainsi en permanence contre l'obsolescence et le vieillissement du système (les professeurs arrivent de plus en plus difficilement à les faire vivre, ce qui leur fait perdre leur pertinence scolaire) et à une obsolescence externe (la hiérarchie des problèmes dans le monde extérieur change, ce qui leur fait perdre leur légitimité sociale). C'est ainsi que la noosphère peut proposer de supprimer des programmes d'enseignement certains objets de savoir anciens et d'en introduire de nouveaux. Seulement, les organisations de savoirs que peut proposer la noosphère dépendent de l'usage qu'en fait ce sur-système du système d'enseignement proprement dit : elles doivent s'y montrer dans leur nou-

1 Comme le montre par exemple le travail sur l'enseignement des décimaux publié par le COREM (Brousseau & Brousseau, 1987).

2 C'est une partie du système d'enseignement intermédiaire entre ce système et son environnement. Chevallard l'a baptisée *noosphère* parce que ce sont - comme les didacticiens - des sujets du système qui se mettent en position de " penser pour le système "... et - référence à Teilhard de Chardin oblige - parce qu'ils se comportent souvent comme s'ils concentraient toute la pensée produite par le système !

veauté ; tandis que les organisations de savoirs qui peuvent vivre dans un système didactique répondent à d'autres contraintes : elles doivent y constituer des structures suffisamment ouvertes sur les autres objets d'enseignement présents dans le système, pour poser des problèmes que ces objets aideront à résoudre. L'introduction locale d'une organisation mathématique nouvelle ne peut réussir que si cette organisation appelle à une transformation générale de l'organisation des savoirs enseignés, et si la réorganisation réussit. Pour qu'un objet d'enseignement soit enseigné de manière pérenne, il faut qu'il nourrisse beaucoup d'autres objets en permettant de poser des problèmes auxquels il aidera à donner une réponse. Rajoson (1988) a exprimé ainsi cette loi de l'écologie des savoirs enseignés : *dans la classe, pour vivre, il faut être mangé*.

C'est qu'en effet, un savoir qui nourrit de nombreux problèmes pourra être présent comme élément culturel des situations fondamentales pour ces problèmes et aidera à la réussite de l'enseignement en prenant un sens par sa position dans la culture scolaire, tout en faisant partie du domaine de sens initial des savoirs qu'il nourrit. C'est une des clés pour la compréhension de la manière dont les paradoxes posés par le temps didactique trouvent une solution dans le fonctionnement ordinaire des systèmes didactiques¹, mais cette observation est tout aussi essentielle pour comprendre les échecs répétés de certaines réformes de programmes et en particulier, la difficulté à introduire des situations fondamentales pour l'enseignement des savoirs définis par les programmes. Car à l'extérieur des systèmes didactiques, ces situations semblent se réduire aux grands problèmes qui nécessitent les savoirs et tout un chacun sait bien qu'il vaut mieux poser les bonnes questions que donner des réponses toutes faites, mais les professeurs procèdent autrement, dans leur immense majorité. Pourquoi font-ils ainsi ? Les auteurs qui s'en indignent sont légion (Revuz, 1980) et certains en ont fait leur fromage (Baruk, 1983), mais si les donneurs de leçons enseignent dans la durée un programme défini, l'observation montre que presque aussitôt, ils ne procèdent pas autrement que les autres : Revuz a ainsi été, avec Queysanne, l'auteur célèbre d'une collection d'ouvrages d'enseignement remarquée pour la rigueur de ses exposés mathématiques, au point que l'organisation rationnelle des réponses n'y laissait aucune place aux questions.

Un bon savoir mathématique à enseigner trouve de nombreux usages, tandis qu'un bon problème mathématique se nourrit de nombreux savoirs. C'est pourquoi les situations fondamentales intéressantes ne se réduisent pas aux grands problèmes de l'histoire des mathématiques. Elles ne trouvent pas non plus leur pertinence dans la culture mathématique non scolaire. Et aucune noosphère dont l'activité se limite à la *réflexion* ne peut les identifier, encore

¹ Pour une étude plus large de ces paradoxes, Mercier, (1996), et Mercier, (à paraître en 2000).

moins les produire, faute de connaître les contraintes auxquelles elles doivent satisfaire. L'écologie des savoirs pense ces questions épistémologiques dues à la faible autonomie du système d'enseignement et au fait que ce dispositif social complexe ne connaît pas les conditions de son fonctionnement. Cela fait de la noosphère, à la fois une membrane de défense du système d'enseignement et un sur-système relativement autonome, qui ne produit pas aisément les échanges nécessaires aux évolutions : sur ce point la métaphore du mammoth, suradapté à la glaciation et qui disparaît avec le réchauffement général, n'est peut-être pas si mal trouvée.

L'évolution du rapport institutionnel

Une institution se définit par un objet (le savoir, le religieux, le politique, etc.) qui se décline en une organisation de sous objets. Elle ouvre à ses sujets l'accès à une pratique normalisée relative à une classe d'objets, et l'objet de l'institution se trouve ainsi réalisé, pour ses sujets. L'anthropologie des institutions étudie les pratiques et des organisations de pratiques proposées par les diverses institutions existantes. Je ne développerai cette définition que dans le cas particulier d'un exemple évoqué¹.

Considérons en effet qu'un jour particulier, au CM1 le professeur présente (comme le programme l'y engage) la suite de signes suivante : 12340. Les élèves savent montrer qu'elle désigne un nombre supérieur à 9999, mais le professeur pose le problème nouveau que voici : comment nommer un tel nombre ? Nous dirons que la dénomination des grands nombres est l'objet *sensible* de sa leçon : c'en est l'enjeu didactique officiel et c'est sur cet objet que l'enseignement et l'apprentissage seront évalués. Par conséquent, les élèves vont devoir développer un certain *rapport personnel à cet objet nouveau*, au travers des instructions qu'ils vont recevoir. Par exemple, le professeur leur montrera que l'on écrit traditionnellement (dans la vie courante) le nombre 1,2,3,4,0 en laissant un espace entre 1,2 et les trois chiffres 3,4,0 qui suivent de manière à obtenir douze et trois cent quarante.

Le professeur montre ainsi comment le nombre se lit "douze *mille* trois cent quarante", en expliquant que douze est le compte des unités de l'ordre des mille et que l'on regroupe les ordres en classes, pour économiser les noms d'ordres en fabriquant des noms composés.

Voici le tableau qu'il présente :

classe des millions			classe des mille			classe des unités simples		
ordre des centai-	ordre des dizaines	ordre des unités	ordre des centai-	ordre des dizaines	ordre des unités	ordre des centai-	ordre des dizai-	ordre des unités

1 Pour de plus amples développements sur cet exemple, Mercier (1997).

nes de mil- lions	de mil- lions	de mil- lions	nes de mille	de mille	de mille	nes	nes	
				1	2	3	4	0

Un rapport personnel des élèves à la dénomination des grands nombres va donc se former. Ce rapport sera en fin de compte jugé *adéquat* si par exemple, face au nombre 4528103 les élèves peuvent produire le comportement suivant :

<p>Ecrire le nombre en regroupant des classes de trois chiffres à partir de la droite,</p> <p style="text-align: center;"><i>4 528 103</i></p>
<p>écrire chacun des nombres figurant dans les classes indépendamment de sa position, parce qu'il désigne le nombre d'unités de son ordre qu'elle contient <i>quatre</i> pour les millions,</p> <p><i>cinq cent vingt huit</i> pour les mille,</p> <p><i>cent trois</i> pour les unités simples,</p>
<p>mais ne pas oublier d'indiquer le nom de chacune des classes après le nom du nombre d'unités de son ordre qu'elle contient... sauf pour les unités simples, quatre millions cinq cent vingt huit mille cent trois</p>

Il va de soi qu'une telle règle n'est pas explicitement écrite : elle doit être connue *par corps*, comme le dit Bourdieu¹, c'est-à-dire qu'elle est proposée comme une manière de faire pour laquelle chacun pense qu'il n'y a là *rien à savoir* ou à comprendre. La règle, implicite, peut être énoncée : " Si on sait écrire en trois chiffres, on peut écrire n'importe quel chiffre " dira peut être un élève, rappelant d'un coup le problème résolu et l'idée originaire. Donnant ici raison à Bourdieu, le rapport aux grands nombres ainsi institué par l'enseignement (ce que Chevallard nomme le *rapport officiel à l'objet* ou le *rapport institutionnel à l'objet sensible*) est *conforme* au rapport de la société à ces nombres, même s'il n'est pas conforme au rapport des mathématiciens à ces nombres. Cet enseignement par frayage laisse ouverte la question de la manière dont se forme le *rapport personnel des élèves à l'objet* et les conditions de sa formation heureuse.

L'observation des épisodes de la biographie didactique des élèves portera précisément sur ce point, mais nous pouvons prévoir a priori certains des problè-

1 En sociologue, Bourdieu semble d'ailleurs penser que la plupart des apprentissages scolaires correspondent à des incorporations d'habitus, selon une position symétrique avec l'idée qu'il ne s'agirait que de développer des schèmes personnels : il ignore donc le fait que les écoles transmettent aussi des contenus de savoir ayant une existence sociale objective. Des savoirs sur la langue, l'histoire, le corps, qui ne sont pas seulement des habitus.

mes que nous observerons. En effet, les problèmes posés par les systèmes de numération ne comprennent le choix d'un système particulier de dénomination et l'écriture en classes que dans le cadre de la question posée par Chuquet au XVI^e siècle : produire un système de dénomination de tout nombre, quelle que soit sa taille. Imaginons donc ce qu'il en est, pour un élève qui découvre cette distinction nouvelle entre nombres et grands nombres. Son problème va être de *retravailler son rapport ancien* à l'écriture et à la dénomination des nombres de manière à rendre compte de ses pratiques nouvelles en les rapportant à ses pratiques anciennes, et réciproquement. Par exemple, il va dorénavant devoir décider par lui-même s'il doit écrire 1 143... ce qu'il écrivait 1143. Ainsi, le présent n'est pas sans influence sur le passé, bien que le travail du passé ne soit pas organisé explicitement et que sa nécessité soit déniée.

Le rapport ancien retravaillé ne correspond pas à un prérequis, puisqu'il ne pouvait exister avant que ne soit donnée la règle pour les grands nombres : il ne correspond pas à un savoir erroné, et l'usage social accepte les deux formes, pour les nombres entre mille et dix mille. Mais de fait, le professeur ne demande pas aux élèves qu'ils produisent un retravail de leur savoir ancien sur l'écriture des nombres et en particulier sur la définition d'un petit nombre. Les savoirs anciens n'ont pas ici d'existence officielle.

Par bonheur, les rédacteurs de programmes ne l'ont pas identifié comme un sous-objet, pertinent au cycle III : avec leur naïveté didactique usuelle, ils en auraient fait un objectif du cycle II, *non exigible* bien sûr puisqu'il ne serait requis que plus tard. Car réorganiser son savoir pour faire place à un savoir nouveau est seulement ce que j'appellerai *une nécessité de la raison étudiante*, un problème qu'un élève se pose et résout normalement à *l'insu du professeur* comme de l'institution : cependant, le professeur doit savoir que les élèves doivent traiter de tels problèmes, et leur en laisser l'occasion. Ainsi, l'élève va rendre son rapport (personnel) (à l'écriture des nombres) propre à la production du rapport institutionnel qui est l'enjeu didactique. On le dit de manière condensée : *idone au rapport institutionnel nouveau*.

Le travail de l'idonéité (du rapport personnel à un objet) est une nécessité pour l'élève mais n'est pas un enjeu pour l'institution, parce que l'objet en question est depuis longtemps *absent* et que le rapport à un objet absent est *forclos* : c'est-à-dire qu'on ne peut plus porter de jugement à son endroit. Il ne peut plus être l'objet d'une évaluation, et il ne peut donc plus être enseigné. Car l'enseignement ne peut jamais porter que sur un objet sensible dans la mesure où sa fin est déclarée par une évaluation positive relative à *l'adéquation du rapport personnel des élèves à cet objet*. Voilà pourquoi le travail de l'élève sur son rapport à un objet forclos ou insensible est institutionnellement silencieux alors même qu'il se rapporte à un objet problématique. Un tableau synoptique présente l'ensemble des positions institutionnelles, épistémologiques et didactiques possibles pour un objet mathématique ou didactique pris dans

l'activité de l'élève. Il montre que l'espace didactique est donc bien plus riche que ne le laissent entendre les déclarations usuelles sur les prérequis d'un enseignement, qui observent la permanence du nom des objets et en déduisent la conservation du rapport des institutions et de leurs sujets à ces objets. Les études relatives aux prérequis n'atteignent jamais que la couche superficielle des problèmes didactiques (qui correspond à la première ligne du tableau ci-dessous), parce que les rapports idoines n'ont pas, en général, été précédemment requis et n'auraient pas pu l'être.

<i>objets institutionnels</i>		<i>objets non institutionnels</i>		
objets officiels, localement	objets localement	objets localement	objets localement	
<i>présents</i>	<i>absents</i>	<i>manquants</i>	<i>extérieurs</i>	
<i>position épistémologique et didactique des objets</i>				
objets problématiques,	objets problématiques,	objets non problématiques,	objets problématiques dans l'institution,	objets non problématiques dans l'institution,
<i>enseignés</i>	<i>pertinents</i>	<i>latents</i>	<i>pertinents</i>	<i>inconnus</i>
<i>sensibles</i>	<i>forclos</i>		<i>insensibles</i>	
<i>position du rapport aux objets dans les enjeux didactiques</i>				
<i>jugement d'adéquation</i>	<i>épreuve de l'idonéité</i>	<i>neutralité</i>	<i>épreuve de l'idonéité</i>	<i>neutralité</i>

Un commentaire rapide, pour donner un mode d'emploi de ce descripteur. Dans la première case, les objets institutionnels que l'on nomme *officiels* sont, localement, *présents* dans l'institution considérée ; dans ces conditions, si des objets officiels sont problématiques et enseignés, on les nomme *sensibles* et le professeur peut porter un jugement sur l'*adéquation* du rapport personnel d'un élève à cet objet au rapport à cet objet que l'institution désigne en l'enseignant... Mais si en revanche un objet présent n'est pas objet d'enseignement, comme c'est le cas pour la deuxième case, l'objet est *forclos*, ce qui signifie que le professeur ne peut porter de jugement sur le rapport d'un élève à cet objet ; ce qui n'empêche pas que l'élève puisse éprouver dans les faits les difficultés que produit un rapport non *idoine* à un objet *pertinent*. Ce tableau m'aide alors à montrer à quel point les élèves peuvent - et, souvent, doivent - apprendre, aussi, bien d'autres choses que celles qui font les enjeux officiels de l'enseignement.

Les théorisations du didactique, questions relatives aux sujets

Lors de l'entrée dans les questions didactiques par les savoirs, nous avons considéré des organisations de savoirs qui sont des productions humaines, des artefacts. Ces organisations déterminent les rapports qu'un sujet peut entretenir avec les savoirs qui en sont les éléments, c'est pourquoi l'interprétation des comportements des sujets d'une institution didactique se fonde sur l'analyse de ces organisations de savoir. Ce principe peut s'énoncer dans le cadre d'un début de construction de la notion d'institution, sous la forme suivante : l'établissement de rapports aux savoirs est l'enjeu des institutions didactiques, leur *tâche primaire*. Ainsi, les organisations de savoirs sont, en didactique, les variables principales de l'analyse des phénomènes institutionnels.

Par exemple, les équilibres qui caractérisent les relations entre un professeur et des élèves appartiennent à la catégorie générale des relations didactiques, relatives à un savoir. L'étude de sujets individuels est alors un moyen d'identifier les régularités qui agissent dans des configurations variables (Chevallard, 1988b ; Mercier, 1992 ; Mercier, 1997a). L'approche biographique porte donc sur les phénomènes contractuels et temporels des institutions didactiques, vus *du point de vue de leurs sujets*. Dans cette première construction, la notion d'institution garde son sens originel soit, au XVIIe siècle, celui d'un "arrangement établi par les hommes et non par la nature"¹.

Les arrangements que sont les institutions organisent l'activité de leurs sujets, liés par un contrat relatif à la tâche primaire de l'institution. Mais si la tâche est déclarée, les clauses du contrat sont implicites. Cette propriété est fonctionnelle, car les sujets peuvent ainsi méconnaître les effets du contrat dans lequel ils sont pris. Les sujets d'une institution y occupent des *positions*, définies par leur rapport aux objets institutionnels. L'espace d'une institution didactique se caractérise a minima par l'existence de deux positions, *enseignante* et *enseignée*. J'observe comment ces positions sont occupées par des sujets institutionnels qui se déclarent *professeur* et *élève*. Ainsi, l'observation d'un professeur montre comment il produit la position enseignée et en retour comment il réalise la position enseignante ; tandis que l'observation d'un ou plusieurs élèves montre comment ils réalisent la position enseignée et, le cas échéant, une position enseignante : il y a dissymétrie. Le professeur ne peut qu'enseigner tandis que l'élève, pour apprendre, doit s'enseigner (Mercier, 1992). Mais si, changeant de point de vue, on nomme *étude* l'activité de l'élève et *direction d'étude* l'activité orientée du professeur (Chevallard, 1995), la dissymétrie vient de ce que la direction d'étude implique une part importante d'étude (Conne, à paraître en 1998) : c'est maintenant l'activité du professeur qui est double, jusque sur le terrain où il la développe. L'approche du didactique que j'ai engagée est donc une approche des institutions didacti-

1 Depuis 1790, institution signifie plus largement "structures fondamentales de l'organisation sociale" et au XXe, "structures organisées qui maintiennent un état social", ce qui est une définition fonctionnelle possible de ces organisations humaines.

ques, développée du point de vue d'une des positions institutionnelles occupées par une personne, la position d'élève. Les effets institutionnels des actions des sujets de l'institution en définissent la *temporalité*, le temps didactique est le temps de l'action enseignante, le temps de l'étude est tout autre ; du point de vue d'un élève particulier, seul compte le temps des épisodes de sa biographie didactique, au cours desquels cet élève rencontre des occasions d'apprendre.

La vie didactique, du point de vue des élèves

Le langage courant dispose de deux termes dont aucun n'est désuet - l'enfant, pour la maison et l'élève, pour l'école. A l'école, les enfants se trouvent face à quelqu'un qui leur enseigne, pour " leur faire apprendre " des savoirs, déterminés précisément, dont la nécessité ne fait en principe pas de doute. A cet effet, *l'école les fait élèves*. Il n'est donc pas certain a priori que l'on doive étudier les enfants qui apprennent pour connaître les apprentissages scolaires, parce qu'à l'école les enfants sont élèves. Cependant, si en France la scolarisation est libre, l'instruction elle-même est obligatoire : c'est que les apprentissages scolaires sont, sans aucun doute, socialement importants. Ils portent sur des objets dont la nécessité est socialement reconnue : des savoirs. Du point de vue de l'élève, deux caractères spécifient donc l'école : *le geste d'enseigner, et l'enseignement de savoirs*.

Apprendre un savoir enseigné

A des élèves auxquels on cherche à *faire apprendre un savoir socialement reconnu*, l'enseignement transmet *par une intervention en forme de discours*, un savoir connu par ailleurs, qui se présente comme un texte (il arrive même que ce texte soit écrit). Le *frayage* en revanche transmet *par l'ostension* du maître qui travaille pour lui-même (par le spectacle du faire où l'apprenti s'introduit peu à peu) une connaissance attachée à la personne qui connaît ; dans le *maternage* enfin, ni *discours* ni *représentation* des gestes, mais un soutien et un *appel* aux attitudes désirées (Barthes, 1974). De fait, toute relation didactique réelle conjugue à sa manière les trois formes identifiées dans cette première déclaration, ainsi que Johsua (1998) l'a montré récemment ; mais dans tous les cas, pour que des élèves apprennent certains savoirs - pour qu'ils entreprennent de les étudier - il faut les enseigner : " (les) indiquer par signes, pour faire connaître¹ ".

Cela suppose un environnement particulier, une école sous sa forme moderne, qui émerge lentement au XVIIIe (Chevallard & Mercier, 1987). Le professeur y place l'élève en position d'être instruit par un acte fondateur : il le fait *ignorant*. Chaque jour, fait initialement ignorant, l'élève, qui a ainsi cessé aussitôt

1 A. Beaujean (1959), *Dictionnaire de la langue française. Abrégé du dictionnaire de Littré*. Gallimard, Hachette. Je le citerai dorénavant sous la référence " LITTRÉ ".

d'être *ignare*, peut se voir enseigner¹ ce qu'il sait ignorer. Cette action qui, à tout moment, crée à nouveau l'élève, est l'objet de notre intérêt car le moyen - l'enseignement aux élèves - ne garantit pas la fin - l'apprentissage. L'inadéquation possible du résultat aux buts que visaient les moyens mis en œuvre est le phénomène auquel l'observation des élèves nous permettra d'accéder. La création de l'élève comme ignorant est un *geste didactique* qui caractérise semble-t-il les écoles et si d'autres gestes didactiques sont observables en dehors de l'école, il sera profitable de les étudier dans leur contexte, pour distinguer entre les gestes qui participent de toute relation didactique et d'autres, dont l'existence et les fonctions resteraient à étudier. La connaissance de leur poids sur les relations didactiques scolaires possibles constituerait un progrès de notre connaissance des phénomènes didactiques, mais les didactiques familiales nous sont aujourd'hui inaccessibles.

Mais réciproquement, à l'école, trouve-t-on aussi des enfants apprenant *sans le vouloir* ? Savoir pour avoir appris *naturellement*, est-ce savoir différemment que savoir pour avoir appris en ayant été enseigné ? A entendre certains discours qui valorisent exclusivement *un apprentissage autonome des enfants* dont ils omettent de noter qu'ils se proposent d'en obtenir la réalisation dans le cadre d'une institution didactique scolaire, il devient nécessaire de rappeler cette évidence : même dans les situations didactiques les plus ouvertes ou actives, les enfants - qui sont en position d'élèves - apprennent à partir de ce qui leur est enseigné ; les élèves adultes aussi, d'ailleurs.

La dimension adidactique de l'espace didactique

Je parlerai de la personne lorsque les analyses se situeront au delà d'un assujettissement institutionnel particulier, de sujets pour désigner les personnes venues occuper une position institutionnelle, de sujets didactiques dans le cadre d'une institution didactique, de *maîtres* et d'*élèves* dans l'institution didactique particulière où se situe notre étude, l'école. Au centre de mes préoccupations : le lieu *enseigné*, où viennent s'assujettir les personnes que nous nommons *élèves*. L'expérience commune montre qu'on ne peut compter sur le seul développement pour qu'une population entière soit lettrée, comme cela se fait avec bonheur pour la marche usuelle : cela devient déjà fort peu performant pour la marche de compétition, qui nécessite une " école " et sans école, on ne pourrait espérer l'apprentissage des savoirs hautement techniques que l'on ne peut atteindre que par l'étude² dirigée par les livres et l'enseignement. Car ce

1 J'emploie ces termes dans le sens suivant : ignorant pour " Qui n'a point de savoir ", et ignare pour " Qui n'a point étudié " (LITTRÉ).

2 Pour une description sociologique des objets de savoir enseignables, on se référera à Michel Verret, qui définit le " champ de transmissibilité scolaire, et son complément, le champ d'intransmissibilité ". (Verret 1975 Chapitre III : le temps des leçons, 144-148) et à Lahire (1993).

sont des œuvres humaines que l'on ne rencontre que dans des organisations sociales spécialisées pour leur production et pour la reproduction des rapports humains au monde qu'elles portent, les institutions savantes et les institutions didactiques.

Les écoles et les techniques associées, dont les formes sont déterminées par les conditions générales des sociétés où des écoles existent, réussissent seules à prendre en charge cette mission : assurer l'*instruction* de tous, autant qu'il est possible. Rappelons simplement qu'il s'agit dans le latin classique et dans le vocabulaire militaire d'outiller, ou d'équiper (le soldat ou l'unité) ; puis, dans le latin impérial, de ranger par couches, et enfin d'enseigner. Le Dictionnaire de l'évaluation et de la recherche en éducation (Demnard, 1981) reprend l'ensemble de ces sens : “ instruction : ce qui sert à instruire : 1) leçon, précepte ; 2) instructions : explications verbales ou écrites à l'usage de la personne chargée de quelque entreprise ou mission. ” La métaphore de l'instruction est modeste. Elle rappelle que les savoirs sont des artefacts et des outils de pensée, elle ouvre pourtant un espace de recherche vaste, en obligeant à penser des problèmes qui ne sont pas préconstruits par une métaphore qui en dirait trop.

Ainsi, l'instruction nécessite aussi bien consignes et explications, qu'outils et instruments matériels. Ces objets constituent le milieu de l'action de l'élève, par lequel il rencontre un problème dont il ignore la solution et qu'il doit étudier. Ce problème constitue *la dimension adidactique de la relation didactique* (relative au savoir qui permet de produire cette solution), c'est-à-dire *la dimension non didactique nécessairement présente au cœur du didactique*: En produisant un milieu qui pose à l'élève un problème dont le savoir à enseigner est la solution et en le proposant à l'élève, l'école porte l'enjeu de l'instruction en réalisant l'idée que l'on s'instruit d'un savoir pour aller remplir une mission, ailleurs, où l'on rencontrera des problèmes sans plus avoir le loisir de les étudier, alors qu'il faudra pourtant les résoudre de manière efficace. Ce projet *non didactique* au sein même du didactique est la part irréductible de l'élève dans le fonctionnement de l'école (Mercier, 1998). La métaphore de l'instruction permet donc de dire que la position de l'élève vient de l'importation dans l'école d'un projet extérieur, qui appartient à un monde où le didactique n'a guère de place et où l'élève se prépare à agir, en s'équipant. C'est précisément pour cela que l'activité efficace de l'élève vise la production d'un rapport non didactique à la tâche que la situation désigne ; autrement dit, la fin du temps de l'étude. Le professeur en est le garant, parce que son action détermine les propriétés de l'espace didactique où se déploie l'activité de l'élève. C'est ce point qu'il me faut maintenant exposer plus en détail.

L'action adidactique de l'élève suppose qu'il s'enseigne

L'action de l'élève s'avère nécessaire à la réalisation de la relation didacti-

que. Non pas parce que “ on ne peut apprendre que de soi-même ”, comme certains ont pu le dire en forme de paradoxe, mais parce que le maître ne peut réaliser l'apprentissage à la place de l'élève : il ne peut qu'enseigner (Mercier, 1992, Partie I). Le rôle principal du professeur consiste donc à créer le partage de l'enjeu didactique en offrant à l'élève le terrain d'une action *adidactique*. C'est ce que montre l'observation biographique des élèves, hors classe (Mercier, 1992). Car peu importe en fait que ce terrain corresponde à un lieu scolaire physique. Le travail à la maison de la plupart des élèves est absolument soumis à l'institution scolaire et son efficacité dépend essentiellement de la qualité du rapport didactique qui a pu exister en classe. Certes, l'observation montre les cas d'élèves ayant réussi à constituer par eux-mêmes un peu d'espace adidactique (Mercier, 1992, Partie III et Conclusion), ils restent extraordinaires : ce sont des élèves qui pourraient apprendre dans un système didactique aussi peu structuré que celui de maître à disciple, mais depuis le XVIII^e siècle, l'augmentation des besoins en praticiens des savoirs scientifiques (venue des premiers développements d'une technologie sous le contrôle des sciences) ne permet plus de considérer que ces élèves exceptionnels pourraient faire l'ordinaire de l'enseignement.

L'importance du problème que la notion désigne est considérable, parce que c'est par le moyen de la dimension adidactique de l'enseignement que l'instruction peut être le support de l'éducation et en particulier de l'éducation à l'autonomie et au débat social libre. Faute de cette notion, les débats sur l'enseignement qui opposent instruction et éducation débouchent sur des déclarations contradictoires et des injonctions paradoxales. Ainsi, on observe parfois une inversion des priorités de l'école, qui amène la demande d'intervention éducative à prendre le pas sur l'exigence d'intervention didactique, chaque fois que l'adidacticité d'une relation didactique est par trop réduite par l'intervention d'un professeur qui fait enfler l'explication, par des effets de contrat massifs ou même, lorsque l'instruction, apparaissant en concurrence avec l'éducation, se trouve mise à mal par l'intervention des gestionnaires du système d'enseignement qui détruisent inconsidérément l'écologie de certains savoirs disciplinaires.

C'est, je pense, le pire danger pour l'école. Elle y perd sa mission, et le prix en éducation (en apprentissage du discours institutionnel de la société) que les personnes socialement dominées doivent payer à la société pour avoir accès à l'instruction publique, augmente rapidement : l'école, qui par ailleurs ne manque pas d'instruire les héritiers naturels du capital culturel, en devient plus sélective encore. Tandis qu'un travail adidactique bien développé donne accès aux valeurs dont la dimension d'universalité est la plus grande, puisqu'il donne accès à la fois au savoir, au problème dont le savoir est solution et à la classe des situations où ce problème peut trouver à vivre. Ce type de travail donne donc accès au jugement sur les situations d'emploi du savoir et à

l'appréciation de l'extension de sa valeur d'usage.

Ainsi, la relation didactique à un domaine d'étude n'est pas *en principe* une relation *instrumentale* - l'enjeu de l'activité de l'élève est l'apprentissage - mais le succès didactique se mesure toujours, dans un procès d'objectivation¹, à l'aide d'une aptitude instrumentale manifestée. Ce temps d'évaluation ne constitue pas seulement le contrôle d'une performance, parce qu'il montre la valeur d'usage de la compétence construite. C'est pourquoi un dispositif didactique nécessite dans tous les cas la présence d'un dispositif d'objectivation des savoirs appris ; et l'on n'apprend que si l'on dispose des moyens de mesurer le progrès qu'est l'apprentissage, ce qui se démontre par la réussite de l'action instrumentée : c'est le terme de l'instruction.

La production des lieux et des temps, par le professeur

J'ai abordé l'espace didactique du point de vue du professeur, en étudiant son action temporelle dans les systèmes didactiques actuels, sans rien dire de la variation des formes d'enseignement ni des figures professorales. Le sociologue Michel Verret, qui a le premier identifié l'importance des rapports au temps en observant les étudiants de philosophie de son université, a montré comment la temporalité des études que les étudiants poursuivent est commandée par l'opposition entre *la dimension aristocratique* et *la dimension bureaucratique* des enseignements (Verret, 1974). Le point de vue du professeur (qui produit le temps de l'institution scolaire *bureaucratique*) est le point de vue officiel de l'institution d'enseignement tout entière. Il s'impose par les dispositifs d'organisation de l'étude que le professeur propose, produisant ainsi la position d'enseignant, où il vient s'assujettir, en même temps que l'assujettissement des étudiants, mis en position d'enseignés. Or Verret aurait semble-t-il tendance à penser que la philosophie ne peut s'enseigner que selon une méthode aristocratique, parce que le maître doit en accoucher ses disciples afin de les "mettre à la philosophie" comme la mère met les enfants au monde : parce que la philosophie est, pour lui, plus une manière de penser qu'une pensée et qu'une manière de faire ne peut être décomposée en chapitres et leçons sans perdre son sens. Malgré la neutralité recherchée de l'exposé scientifique, on sent dans le texte de Verret l'irritation du jeune et brillant philosophe qu'il a dû être. Dans le même mouvement d'indignation, il dénonce la méprise institutionnelle entretenue par un enseignement bureaucratique qui donne à

1 Sa présence permet de séparer les ouvrages de vulgarisation, qui en sont démunis, des ouvrages d'enseignement pour autodidactes, qui comportent des exercices : par exemple, les exercices des *Eléments de Mathématiques* de Nicolas Bourbaki manifestent l'intention didactique de l'auteur. L'objectivation des apprentissages permet de repérer immédiatement les autodidactes naïfs, dont les savoirs ne résistent pas à la confrontation sociale parce qu'ils sont restés personnels et contextuels, de ceux dont les savoirs - qui ont été objectivés - peuvent se montrer et se dire : de ce fait, ceux-là ne se distinguent pas immédiatement des élèves ordinaires.

croire aux étudiants sages que la philosophie est dans les cours de philosophie tout en jugeant ces étudiants *trop scolaires*. Mais a-t-on jamais le choix entre aristocratie et bureaucratie ? Patiemment, Verret accumule avec fermeté les preuves sur la manière dont les étudiants culturellement assujettis se verront assigner un profil d'étudiants trop scolaires, sur-assujettis (Mercier, 1992, Partie IV). Et il montre en contrepoint comment l'enseignement bureaucratique de la philosophie sélectionne de fait les étudiants qui ne sont pas dupes et assument une attitude aristocratique en montrant toujours qu'ils savent déjà sans avoir rien à apprendre parce qu'ils n'ont qu'à se reconnaître dans la pensée du maître qui est cachée derrière le discours du professeur. *L'espace didactique qu'ouvre l'enseignement bureaucratique de la philosophie est donc piégé, pour les étudiants naïfs qui s'y assujettissent en toute confiance* - faute de culture de l'étude capable de leur donner accès aux règles du savoir-être aristocratique universitaire.

J'en tire cette leçon : le professeur produit (sous la contrainte de l'institution qui le légitime dans sa position) la position d'élève ; *mais l'enjeu non didactique de la relation didactique s'impose toujours au moment de l'évaluation des effets de l'enseignement*. En conséquence, les manières du professeur peuvent bien varier, au sein d'une organisation donnée de l'enseignement, cette variation ne sera d'aucun effet si ces manières ne prennent pas en compte, matériellement et intellectuellement, jusque dans le cœur de la relation didactique, la visée de l'extinction du didactique qui s'inscrit de manière effective dans ce que j'ai nommé *la dimension adidactique des relations didactiques*.

Comment cette dimension est-elle assurée dans les enseignements que l'on peut observer, dans les écoles, collèges, lycées ou universités ? Comment vient-elle à manquer ? Pour mieux connaître et comprendre la configuration professeur/élève, j'irai donc chercher dans l'analyse comparative les contraintes didactiques les plus générales : car les figures institutionnelles de la transmission des savoirs sont multiples. Maître/disciple, sans doute, patron/apprenti, bien sûr et sans doute encore, aujourd'hui, les figures nouvelles que les sciences de l'éducation ont identifiées : consultant/acteur, expert/novice, conférencier/auditeur, en sont des points d'équilibre particuliers : les points extrémaux d'un type général, l'espace didactique.

Les figures des positions de professeur et d'élève

Je ferai remarquer d'abord que si l'expert appelé par le novice peut agir à la place de ce dernier, c'est qu'il est dans une position hiérarchique dominante et que le novice n'est plus en mesure d'assurer sa tâche : l'appel à l'expert signe la "panne" devant laquelle le novice déclare son incompetence. L'expert qui rattrape une incompetence n'est donc pas porteur d'une fonction didactique, tant que la demande d'intervention ne se répète pas et que le prix des erreurs n'est pas exagéré. L'expert n'étudie pas, il sait et il fait. Le novice peut s'il le

veut tirer des leçons de l'action experte qu'il observe, mais c'est à lui-même de s'enseigner durant son loisir forcé. Sinon, voilà l'expert devenu consultant et même parfois informateur, ou encore, témoin.

La configuration patron/apprenti est sans doute voisine, puisque le patron est expert agissant. Mais c'est ici le novice qui a renoncé à la responsabilité de l'action pour engager l'étude en position d'apprenti. Cela engage le patron à deux gestes didactiques particuliers. Il produit un commentaire de l'action, par lequel il désigne les variables identifiées de la décision, il laisse voir la manière dont il se conduit et il indique à l'apprenti les tâches qui permettront à celui-ci, le jour venu, de venir occuper la position de patron. Déjà, malgré le fait que l'enjeu de leur action soit instrumental, le patron organise l'étude que mène l'apprenti. Maître/disciple ne s'en distingue que par les contenus, selon une antique séparation du matériel (appartenant au monde sublunaire) et de l'intellectuel (appartenant au ciel des idées) que par hygiène intellectuelle nous tentons justement de récuser ici contre le platonisme, comme le font toutes les sciences qui cherchent du certain ou au moins de l'assuré dans la matière, parfois jusque dans le vivant ou pire encore, dans l'humain. Ainsi, l'apprenti devra manifester la *métis* quand le disciple devra manifester l'*épistémé* : ces deux formes correspondent en fait à un même rapport élitiste au savoir et sans doute à des formes aristocratiques de relation didactique. C'est sans doute le cas du compagnonnage : il s'agit d'obtenir (par l'exercice ou l'ascèse) la révélation d'une manière personnelle cachée en soi, selon une métaphore opposée à celle de l'apprendre (on apprend d'autrui) car si chacun peut apprendre, seuls ceux qui " sont " peuvent " se révéler " : par exemple, en réalisant *un chef d'œuvre*.

La configuration consultant/acteur est une figure moderne assez perverse puisque voilà que celui qui doit apprendre (l'entreprise ou le décideur qui la dirige) ne renonce pas, pour ce faire, à l'action. Cela l'amène en fait à limiter de manière drastique ses ambitions d'apprenant et conditionne une institution que le consultant doit rapidement tuer, pour ne pas être soumis à la pression d'une demande d'expertise. Sujet supposé savoir, il doit se garder d'être mis en demeure de montrer qu'il sait, pour pouvoir livrer les informations partielles qu'il glane : le consultant doit rapidement changer d'acteur, pour ne pas se retrouver en position d'expert. Mais cela nous confirme dans l'idée que c'est bien toujours au départ le possesseur du savoir qui a le trait, dans le jeu didactique, et son premier geste consiste à s'engager ou non dans la production de gestes d'étude appropriés. Cela dit, le consultant est sans doute la figure la plus faible du professeur, suivi par le témoin, l'informateur, le conférencier, etc., qui supposent déjà une certaine épochè, une suspension de l'action de la part à la fois de l'étudiant et du directeur de l'étude. Le témoin et l'enquêteur, le conférencier et les auditeurs, l'informateur et les informés, sont alors des figures minimales de la relation professeur/élève, comme l'a montré Brous-

seau (1995a). Ici, le discours sur le faire remplace le faire, dans des institutions qui ressemblent de plus en plus à des lieux où l'on étudie à loisir : des écoles.

Ainsi, l'école peut être définie par la suspension de l'action, institutionnellement organisée pour les deux positions d'élève et de professeur, réalisée dans le but de libérer le professeur pour qu'il expose à loisir le commentaire de l'action absente et organise l'étude de l'élève, comme elle est réalisée dans le but de libérer l'élève pour qu'il étudie à loisir selon les modalités proposées par le professeur. Alors la description des manières de réussir remplace presque aussitôt l'action elle-même (il y a cependant des écoles techniques qui proposent des temps d'action, pour voir, et les pensent comme l'élément fondateur de la formation qu'elles dispensent). Ce qui fait que tout ne peut pas être étudié d'emblée dans une école, parce que tout n'est pas prêt à être enseigné en dehors de l'action : il faut que le commentaire puisse nommer ce qu'il y a à savoir. Autrement dit le savoir doit résider dans le compte rendu de l'action. Les mathématiques et les savoirs scientifiques en général ont cette propriété d'être enseignés. C'est le sens grec de *mathema* : ce qui s'enseigne, par opposition avec *mathesis*, ce qui s'apprend. On peut donc penser que, parce que les mathématiques sont les comptes-rendus de certaines stratégies d'action, elles sont les objets premiers des exposés d'enseignement ; les mathématiques, ce sont des discours sur le faire qui remplacent avantageusement le faire. Je n'en donnerai qu'un exemple rapide pour montrer qu'il faut prendre au pied de la lettre, sans métaphysique, cette idée de Lebesgue : " le nombre est le compte-rendu complet d'une opération de mesure " ; le mathématicien précise que les nombres s'appliquent aux cas dans lesquels nous savons d'expérience qu'ils rendent compte des opérations sur les grandeurs : " S'il y a précisément quatre pommes et trois poires dans le compotier, sans aucun autre fruit, alors je sais qu'il y a sept fruits dans le compotier, parce que quatre plus trois font sept, sans avoir à compter ces fruits. Même, si l'expérimentation m'amène à trouver six fruits seulement je saurai que quelqu'un en a pris un, et si j'en trouve dix je saurai que d'autres fruits ont été rajoutés c'est-à-dire que je me fierai aux mathématiques pour mettre en doute les informations matérielles qui m'arrivent." Il suffit pour cela que j'aie d'abord expérimenté, contre l'évidence de mes sens, la permanence des objets ou tout au moins de leurs grandeurs physiques, puis l'additivité des collections d'objets et des grandeurs mesurables (dont les collections discrètes, énumérables, sont le premier exemple). Le compte-rendu d'une mesure de la quantité qu'est le nombre devient l'objet d'une pratique parfaitement substitutive, du point de vue des quantités. C'est ainsi que, comme l'explique Chevallard (1997a) le professeur, acteur reconnu comme expert, invité à témoigner - devant des élèves-enquêteurs - sur certaines des techniques qu'il a été amené à pratiquer, devient bientôt le maître

de ses discours (Artaud, 1989), démonstrateur de ses techniques, se présentant comme l'amateur d'une discipline qu'il ne pratique bientôt plus qu'entre deux conférences, avant que la pression de la demande sociale ne fasse de lui un professionnel de l'enseignement au fur et à mesure qu'il en arrive à exposer longuement, à tous les élèves qu'on lui présente (sans attendre qu'ils aient engagé une enquête personnelle), des savoirs hautement techniques. Cela l'engage plus avant sur la voie d'une technicisation de ses manières de professer et de diriger l'étude de ceux qui sont maintenant des élèves. Aujourd'hui encore, les mathématiques sont, sur ces questions d'enseignabilité, en première ligne.

Les gestes d'enseignement

La question de la temporalité propre aux systèmes didactiques peut maintenant être interprétée, à la lumière de cette reconstruction rapide, et c'est bien une certaine forme de rapport au temps de l'exposé du savoir que montre l'observation des professeurs. Dans la formation doctorale à laquelle j'appartiens depuis trois ans, quatre mémoires de DEA ont été soutenus sur cette question, fondés sur des observations en maternelle comme dans des classes de physique en lycée, pour des professeurs en formation initiale comme auprès de professeurs expérimentés, qu'ils interviennent auprès d'élèves en difficulté ou dans des classes ordinaires ou encore, en séances de Travaux Pratiques. Chaque fois, nous avons pu vérifier comment la première variable de commande de l'enseignement dispensé était relative au rythme que le professeur imprime à la classe, la chronogenèse. Car ce rythme, s'il est bien mesuré, commande à l'espace didactique ; le rythme que donne un professeur repose sur des gestes d'enseignement qui produisent la position d'élève en organisant l'étude que les élèves doivent conduire.

C'est ce que montre par exemple le travail que Jeannette Tambone (1997) a mené sous ma direction, à propos des dialogues de régulation entre les MAT (les Maîtres d'Accueil Temporaire des professeurs stagiaires d'Adaptation et Intégration Scolaire) et les deux stagiaires AIS qu'ils reçoivent, une matinée par semaine pour qu'ils prennent en charge un groupe d'élèves dans une situation de remédiation. La situation observée réunit des participants assujettis à plusieurs institutions différentes, ce qui détermine des positions institutionnelles très labiles. Chaque stagiaire est tour à tour acteur dans la situation de remédiation qu'il propose aux élèves et observateur, participant à l'analyse et aux commentaires de la situation présentée par l'autre stagiaire. Le MAT fournit une aide en tant que professionnel, il a aménagé la situation pour que le stagiaire puisse réaliser dans des conditions favorables le projet d'intervention qui donnera la matière de son mémoire professionnel et il coopère parfois à ce projet. On remarque d'abord que le temps est au centre du discours du MAT :

6.MAT - **Tu vas trop vite** , tu vas trop vite...Il faut que **tu prennes le temps** de les laisser, il faut que tu les

calmes quand ça va plus, il faut que **tu prennes le temps** de les laisser réfléchir ...et puis tu as toujours ce gros défaut de leur donner les réponses.

7.B. - Ouais ça, tu l'as encore fait

8.R. - Je l'ai encore fait.

9.B. - Ouais.

10.R. - Et en plus je ne m'en aperçois pas.

[...]

30.MAT - Bon, je...et puis **le rythme** qui est trop rapide...

L'apprenti se justifie en faisant référence à "ses anciennes pratiques" de maître chronogène, même au prix d'un "effet Topaze" systématique. Mais il s'agit ici de ralentir le temps de la séance. C'est un apprentissage dont on peut constater les effets dans la séance suivante, l'apprenti gère mieux le rythme.

1. MAT - C'était bien, oui **au niveau du rythme** c'était mieux...et le fait qu'il y ait eu tout ce moment lecture en début de séance, qui était quand même le moment le plus laborieux et ensuite la lecture était sur images et non plus sur texte...quoi...moi j'ai trouvé que c'était bien...et ça suffisait grandement.

[...]

15. MAT - Mais si tu veux y'a beaucoup de choses aujourd'hui, que moi je vais pas penser à te redire parce ...il aurait fallu que je note...et là je te dis tes gros défauts, mais il faudrait aller dans le détail, c'est-à-dire que chaque fois qu'un enfant... bon je prends la parole alors que c'est toi (*s'adresse ici à B.*) **chaque fois qu'un enfant reconnaissait une étiquette reconnaissait l'écrit, il fallait bien prendre le temps de lui demander pourquoi il le reconnaissait...**

Le MAT souligne la nécessité de ralentir le temps afin de développer une activité réflexive pour l'élève, c'est un objet de la pratique de maître AIS en cours d'acquisition. Mais ce discours enseignant sur le temps exprime d'abord *une sensation*. Synchroniser le temps d'apprentissage (qui est un temps individuel propre à l'élève) sur le temps didactique (produit par l'enseignant pour le groupe-classe), telle est en revanche l'interprétation théorique du problème : sur la question particulière de la conduite de la classe, nous avons pu observer que les moyens de l'articulation du temps de l'apprentissage au temps didactique forment l'essentiel des savoirs instrumentés¹ d'un maître expérimenté. Enseigner, c'est pour le professeur ordinaire "désigner du nouveau pour faire aller le temps didactique", mais c'est pour le professeur de l'adaptation scolaire *désigner ce qui fait aller le temps d'apprentissage comme une nouveauté digne d'intérêt*. Les rapports différents au temps correspondent à deux valeurs d'une même variable, elles définissent deux pratiques différentes pour deux publics d'élèves dont le rapport à l'espace-temps didactique est absolument différent parce que le rapport des uns aux objets de l'enseignement existe et donne sens aux injonctions contractuelles tandis que le rapport inexistant des autres à ces

1 Gérard Vergnaud les nommerait sans doute "connaissances professionnelles en acte", en considérant qu'elles font partie des schèmes professionnels du professeur (Vergnaud, 1985 ; Vergnaud, 1991), j'ai pris ici un terme utilisé en didactique professionnelle, qui fait référence à Vygotsky (Mercier, 1994 ; Mercier, 1997b).

mêmes objets leur interdit de mener une quelconque action autonome.

La variation de la pression temporelle est ressentie par le maître expérimenté comme contrainte venue de la pratique, sans qu'il ne dispose des mots pour dire que le temps d'apprentissage propre à l'élève n'est pas superposable au temps didactique et que la sous-institution qu'est la classe d'adaptation ne peut légitimement être le lieu de production d'un temps propre : le temps qui trouve à s'y développer ne peut alors être autre que le temps de chacun des élèves, leur temps personnel d'apprentissage, sans doute un temps de l'après-coup, de la réélaboration et du remaniement. L'adéquation du temps didactique et du temps d'apprentissage est une fiction nécessaire au fonctionnement didactique. Cette fiction perdure tant que le temps d'apprentissage des élèves peut être synchronisé lors des interrogations sommatives (qui donnent un semblant d'objectivité aux savoirs enseignés que les élèves ont pu s'approprier). Cette fiction doit trouver dans la classe d'adaptation les occasions d'un peu de crédibilité : tel est le travail du maître d'intégration scolaire à dominante pédagogique.

Sur un autre terrain, à partir des observations réalisées par Donck (1996), qui a observé les entretiens entre un maître-formateur et un professeur-stagiaire à propos d'une leçon de mathématiques réalisée par ce dernier, lors d'un stage de terrain, nous avons pu mettre en évidence un savoir professionnel en rapport avec la gestion du temps didactique (Mercier, Schubauer-Leoni, Donck. & Amigues, sous presse), et les thèmes déjà présentés : pour le maître formateur, le temps se gagne ou se perd avec le savoir et le retour du professeur-stagiaire sur le savoir connu arrête le temps didactique (il fait perdre du temps d'horloge, note avec insistance le formateur ; lorsque l'élève peut trouver les moyens d'agir d'emblée, le retour du professeur sur l'outil de cette action est pénalisant). De même, l'activité de l'élève qui a pour objet un savoir sans problème fait perdre du temps. En résumé, l'activité des élèves n'est intéressante que si elle consomme du temps didactique, c'est-à-dire si elle a trait à un objet de savoir nouveau, qui fait problème. Mais pour autant tout retour n'est pas pour nuire, s'il est limité au rappel de ce qui est nécessaire aux élèves pour qu'ils réussissent la tâche prescrite. La bonne manière de le réaliser tient à la topogénèse : lorsqu'il est question de manipuler des objets connus, le professeur doit déléguer aux élèves la responsabilité de l'action.

Bien sûr, le maître-formateur n'explicite pas ce geste d'enseignement efficace, car son identification supposerait l'existence d'une théorie professionnelle de l'action enseignante (par laquelle le professeur dirige l'étude que mènent les élèves). La connaissance du maître-formateur porte sur son action personnelle et sur l'observation de son efficacité, non pas sur le système dans le cadre duquel il mène son action. Ce qui le caractérise comme professeur expérimenté, c'est sa capacité à articuler le temps de l'apprentissage au temps didactique : il passe du temps d'horloge sur les objets de savoir (nouveaux) qui font avancer

le temps didactique, tandis qu'il passe vite sur les objets (obsolètes, supposés connus) qui arrêtent le temps et il se limite au rappel des gestes utiles à la tâche qu'il donne.

Sensevy (1994) avait, dans la thèse qu'il a soutenue dans notre laboratoire de l'Université de Provence, exploré la piste dont les travaux sur le temps balaient l'entrée. En s'appuyant sur une modification de la production du temps didactique, il avait en effet inventé des gestes d'enseignement permettant de déplacer la ligne de démarcation entre les positions de professeur et d'élève. Le professeur pouvait partager dans les faits l'action enseignante avec les élèves dont il dirige l'étude, à la condition d'intégrer les savoirs qu'ils produisent dans le texte du savoir c'est-à-dire dans les savoirs qui marquent la progression du temps.

C'est ce que les maîtres d'aide à l'intégration à dominante pédagogique cherchent à réaliser, mais Sensevy le fait en position de maître de la classe. Il démontre l'importance de la variable de commande de la situation didactique que représente la maîtrise du temps, qui caractérise la position institutionnelle du professeur, tandis que sa maîtrise du savoir peut rester supposée si, au lieu d'exposer des résultats qu'il connaît, il accepte que les élèves mènent par eux-mêmes une part de l'enquête et rendent compte des éléments de savoir dont ils ont pu s'assurer sur la question mise à l'étude (on notera que la transformation est ici limitée aux fractions et à leur emploi). Le professeur rend les élèves chronogènes en partageant avec eux la position enseignante. Sans doute, ce partage est relatif puisque le professeur reste maître du temps en institutionnalisant le produit de l'activité commune ; mais les élèves qui ont participé à cette production n'en sont plus à suivre leurs études, comme le dit si justement la sagesse populaire : cette fois, ils étudient des problèmes mathématiques pour produire les savoirs mathématiques qu'ils ont à apprendre et (sur le thème des fractions) le temps didactique est le temps de l'apprentissage institutionnellement reconnu.

Une seule réserve sur cette réussite : le temps didactique ainsi enregistré est-il le temps d'apprentissage de tous les élèves de la classe, d'une grande partie d'entre eux, ou seulement celui d'un groupe plus important qu'il n'est ordinaire ? Il est sûr en tous cas que de nombreux élèves ont investi le dispositif proposé, qui consiste principalement en l'enregistrement public, après débats collectifs dans la classe, des questions et des résultats auxquels arrivent les élèves dans le travail personnel et privé qu'ils mènent librement, en dehors du temps scolaire, autour des questions dont la pertinence a été reconnue.

Un domaine de recherches ouvert, le didactique

Nous en arrivons aux questions que l'on peut poser lorsque l'on fait le lien entre les premières études biographiques hors classe, qui ont montré quelques éléments des trajets d'élèves dans l'espace didactique, et l'observation de l'enseignement et du professeur qui est permise par l'analyse des épisodes biographiques hors de la classe comme en classe (Mercier, 1995a ; Mercier, 1997a). Il s'agit ici du fil rouge de notre enquête. Les phénomènes biographiques que nous avons identifiés n'ont pas pour objet la compréhension d'une personne dans l'ensemble de ses dimensions, mais plutôt la compréhension d'un des espace-temps dans lesquels une personne peut être prise, la classe de mathématiques. Cette institution du système d'enseignement produit des apprentissages, pour certaines des personnes qui s'y assujettissent. L'observation biographique permet de montrer des effets institutionnels différents et par là, de rendre compte de certains des points par lesquels s'effectue l'intervention institutionnelle : des points qui se sont avérés nécessaires à la réussite, ou qui sont associés à des points nécessaires à la réussite mais qui demeurent non identifiés ; des points qui sont associés à l'échec. Elle donne ainsi accès à l'organisation des gestes d'enseignement efficaces d'un enseignement particulier et elle rend compte de cette efficacité, jusque dans ses effets différents selon les élèves.

C'est ainsi que les travaux menés entre 1988 et 1991 puis entre 1993 et 1997 dans le cadre d'une collaboration régulière entre des chercheurs en sciences de l'éducation de Paris X Nanterre et plusieurs chercheurs en didactique des mathématiques¹ nous ont amenés à montrer que, bien qu'un ensei-

1 Ce collectif de recherche succédait à un Colloque Epistolaire réunissant des chercheurs sur l'enseignement des mathématiques (René Amigues, Claudine Blanchard-Laville, Yves Chevallard, Alain Mercier, Gérard Nin, Marie-Jeanne Perrin-Glorian, Maria-Luisa Schubauer-Leoni), dans le cadre institutionnel du GR Didactique (CNRS). Ces travaux ont fait l'objet d'une publication (Blanchard-Laville, Chevallard, Schubauer-Leoni (Eds), 1995). Le nouveau collectif a ensuite travaillé en réponse à un appels d'offres de la DRED, puis à un appel d'offres interne à l'Université de Paris X. Dans la dernière année d'existence de sa seconde formule, il regroupait des chercheurs de l'équipe "rapport au savoir" de Paris X (Jacky Beillerot, Pierre Berdot, Françoise Hatchuel, Suzanne Nadot, Nicole Mosconi) et des didacticiens d'origines diverses (Noelle Coustau, Francia Leutenegger, Alain Mercier, Marie-Hélène Salin, Maria Luisa Schubauer-Leoni, Gérard Sensevy). L'ensemble des analyses d'une leçon de mathématiques à l'école élémentaire produites par les membres de ce collectif a fait l'objet d'un ouvrage (Blanchard-Laville (éd.), 1997).

gnant ne puisse enseigner qu'à la mesure de ce qu'il sait, il arrive que les élèves apprennent ce que l'enseignant ne sait pas ou ce dont il ne veut pas parler. Car les élèves se proposent à tout moment pour participer à l'action enseignante et tentent de s'engager dans cette voie dès que leur professeur leur en laisse le moindre loisir.

Sans doute, chacun sait déjà que certains élèves, pour apprendre en l'absence du professeur, ont des stratégies auto didactiques : c'est ainsi en tous cas, hors des lieux et des temps proprement scolaires, qu'ils sont supposés produire leur position d'excellence. D'autre part, la théorie des situations didactiques suppose que la dévolution des situations adidactiques peut se réaliser pour la très grande majorité des élèves d'une classe, lorsque ces situations ont des propriétés favorables : dans de telles conditions, les élèves s'enseignent à eux-mêmes et, comme l'a montré Artigue (1984), ils s'enseignent nécessairement entre eux ; pourtant, le professeur exerce pleinement sa responsabilité enseignante car il décide a priori du savoir que les élèves peuvent apprendre dans ces conditions.

Mais dans ces modélisations de l'espace didactique, le travail du professeur en classe est supposé produire, dans son principe, les mêmes effets pour chacun des élèves. Or, le travail sociologique a montré avec force que l'égalité de traitement n'assurait pas automatiquement l'équité. Les études récentes ont commencé à montrer que l'inégalité devant l'école n'était pas inscrite seulement dans les formes périscolaires de l'étude et qu'il fallait aller voir dans la classe elle-même comment s'enracinait le problème : paradoxalement, ce sont les études visant à comprendre la réussite de certains élèves défavorisés qui ont mis en évidence ce qu'en didactique des mathématiques on nomme aujourd'hui *les effets différentiels du contrat didactique* et qui provient de l'action propre des élèves sur ce contrat, dans le déroulement de l'enseignement. Ce qui rappelle que le contrat didactique est sans doute mis en place par le professeur, mais que, comme tout objet institutionnel, il ne vit que parce qu'il est entretenu par les actions des personnes qu'il assujettit et qui, dans le cours de leurs actions, le transforment (sans pour autant qu'on puisse dire qu'elles le renégocient).

Un espace-temps social, la classe de mathématiques

La participation des élèves à l'enseignement est prégnante, et l'on observe souvent que des élèves cherchent à définir l'objet même de l'enseignement qui leur est dispensé. C'est un fait connu, mais ce n'est pas souvent annoncé de manière explicite : l'enseignement par ostension déguisée¹ ne saurait réus-

1 René Berthelot et Marie-Hélène Salin ont proposé d'utiliser le terme *d'ostension déguisée* pour désigner une forme d'enseignement largement répandue aujourd'hui (Berthelot et Salin, 1992). L'enseignant, désireux de s'appuyer sur les connaissances antérieures des élèves, propose les exercices avant la présentation du savoir qu'il doit enseigner ; il effectue

sir sans cette participation active des élèves. Car accepter cela suppose que l'on traite une inégalité structurelle entre les élèves, devant cette manière d'enseigner. Seule l'observation d'épisodes didactiques (Mercier, 1992) pouvait montrer par exemple que dans le cadre d'un enseignement par ostension déguisée, l'organisation d'un *débat scientifique*, installe entre les élèves une compétition sociale qui est portée par l'enjeu didactique (elle est centrée sur la production de savoir, ce qui amène à la réalisation de l'intérêt commun le plus général). L'observation d'une telle classe, les analyses conjointes de la gestion épistémologique et institutionnelle de la séquence par la maîtresse (Salin, 1997 ; Mercier, 1997 ; Schubauer-Leoni & Leutenegger, 1997), mises en relation avec l'identification des épisodes didactiques pour les élèves (Schubauer-Leoni, Leutenegger & Mercier, 2000) montre de nombreuses tentatives des élèves en ce sens (Mercier, 1998b ; Mercier, Sensevy, Schubauer-Leoni, 1998), alors même que les difficultés du professeur à maîtriser le savoir en jeu rendent leurs chances de succès plus minces - il est vrai que les bénéfices symboliques d'un succès en sont d'autant plus grands (Sensevy, 1997a).

Ainsi, même dans un enseignement qui n'est pas l'effet d'un montage d'ingénierie expérimental, des élèves partagent avec le professeur non seulement *l'intention* d'enseigner (comme je l'affirmais dans l'introduction de ma thèse) mais *certaines des gestes collectifs d'enseignement* qui sont réalisés durant le temps scolaire : une part de l'enseignement observable est coopératif et mutuel. On observe ainsi une fois de plus que chaque mouvement pédagogique porte en avant une des dimensions existantes de l'enseignement, dans le but de changer les équilibres entre ces différentes dimensions pour répondre de manière plus efficace à certains des problèmes que pose l'équilibre majoritaire du moment : une variable est identifiée et l'on se propose d'en fixer la valeur. Mais l'effet de cet effort local sur les équilibres d'ensemble du système ne peut être étudié que d'un point de vue plus général : rien ne garantit que la répétition d'un tel procédé de recherche d'un optimum produise effectivement un équilibre ; rien ne garantit surtout qu'un point d'équilibre éventuellement atteint soit l'optimum cherché.

Ces questions ouvrent un espace de recherche inédit en didactique des mathématiques. D'abord, parce qu'il devient possible d'identifier et surtout d'interpréter les gestes d'enseignement d'un professeur, en les comprenant comme les éléments d'une organisation technique (au sens de Mauss : une manière de faire sociale et traditionnelle) dont les variations sont l'effet de l'histoire des interactions entre tel professeur et les élèves particuliers aux-

un tri, parmi les réponses des élèves, pour valoriser et institutionnaliser celles qui correspondent au savoir visé, sans prendre réellement en compte les autres, même s'il en relève certaines. Ainsi, l'enseignant ne présente pas le savoir mais tente de le faire formuler par les élèves.

quels il enseigne. C'est par exemple le cas des études que mène actuellement Jeannette Tambone, qui poursuit en thèse dans notre laboratoire l'étude qu'elle avait engagée sous ma direction en DEA, sur les organisations de gestes d'enseignement des maîtres de l'aide à dominante pédagogique. Au delà de l'action chronogénétique inadaptée du maître ordinaire, qui devait être transformée sans que l'on sache comment une telle transformation pourrait se produire, il s'agit maintenant de rendre compte de l'organisation de l'espace d'interactions dont le *maître E* a la responsabilité, des enjeux que les maîtres expérimentés proposent à celles-ci et du type d'intervention qu'ils mènent lorsqu'ils identifient, pour l'un des élèves qu'ils aident à réintégrer les activités scolaires que leur professeur propose, ce que nous appelons *un épisode didactique*.

Mais les espaces de recherche ouverts par l'observation des épisodes didactiques sont inédits aussi pour l'ouverture qu'ils autorisent. En produisant des observables nouveaux sur les phénomènes dont la classe et le système d'enseignement sont l'objet, les études didactiques pourraient nourrir aussi bien des questionnements sur les personnes, sur les groupes sociaux et même, des questionnements venus de la théorie des organisations. Les observations d'épisodes didactiques permettent en retour au questionnement didactique de se nourrir des études menées de ces points de vue externes - qui jusqu'ici semblaient le plus souvent lui être opposables.

Je ne milite pas ainsi pour une interdisciplinarité dont les réussites connues ne sont jamais que l'œuvre d'un seul chercheur, mais j'affirme que nous voyons, dans l'interaction possible entre ces sciences, la possibilité d'articuler des approches correspondant à ce que donnent des découpages différents d'un objet humain : les diverses sciences de l'éducation se réfèrent ainsi aux théorisations les plus générales de l'anthropologie, conçue comme "science de l'homme, des organisations sociales humaines, des rapports humains au monde et de leur histoire". Les questions vives que l'on peut poser dorénavant font l'objet du travail qui s'ouvre devant moi. Elles nomment ce qu'il en est lorsque l'on pose les questions les plus générales d'un point de vue particulier - le point de vue certes très partiel qui est le nôtre, puisque nous nous intéressons seulement aux manières sociales de produire (et ainsi, de reproduire) divers rapports à des objets techniques spécifiés, les savoirs.

Des épisodes aux trajets didactiques, mémoires

En donnant accès à certains effets individuels d'un système didactique, l'observation biographique a ouvert à des recherches de type clinique, c'est-à-dire d'abord à des phénomènes dont l'observation ne nécessite plus l'intervention massive du chercheur, mais surtout à des phénomènes qu'il

n'est possible d'atteindre que par le moyen d'une configuration de signes, qui fait symptôme (Foucault, 1963 ; Elias, 1991). Ceux-ci dessinent le portrait du système observé¹ - pour qui dispose bien sûr d'une physiologie - car ils prennent en compte la dimension temporelle de l'évolution de ce système.

Les premières approches didactiques avaient dû, pour faire reconnaître leur légitimité, payer le prix fort en démontrant d'emblée que les modélisations proposées donnaient aux chercheurs les moyens de produire des enseignements plus efficaces que les moyens ordinairement mis en œuvre. C'est à ce prix que Guy Brousseau a réussi à créer et à maintenir une "Ecole pour l'Observation", à Talence, puis à obtenir qu'un laboratoire de recherche soit associé à l'observatoire. Le comportement et les demandes des institutions universitaires et académiques montrent qu'elles ont toujours considéré en fait que le dispositif de recherche devait donner à la demande les moyens d'enseignement que ces institutions pouvaient imaginer ; Brousseau a donc dû rendre compte de son activité de chercheur en termes d'ingénierie didactique et d'évaluation normalisée de l'effet des enseignements expérimentaux donnés à l'Ecole pour l'Observation Jules Michelet. Ce travail a permis de montrer l'insuffisance du modèle de Diénès (dominant dans les années 70) et de tester un premier modèle de l'action didactique des élèves (le modèle des situations adidactiques) sur la base duquel la recherche des classes de situations adidactiques pour les savoirs à enseigner pouvait être engagée (les situations fondamentales pour un savoir) : c'est un corps de savoirs qui est à la didactique ce que la physiologie de Claude Bernard fut à la médecine : il fonde tous les développements scientifiques possibles. Le rapprochement semble d'autant plus intéressant que l'observation de la mise en œuvre des montages produits au terme de ces études a amené Brousseau à intégrer le modèle calculable initial dans une construction théorique plus large. Ainsi, les notions de contrat didactique puis, de dévolution et d'institutionnalisation des situations adidactiques prennent en charge l'essentiel de la relation didactique qui permet l'existence des situations adidactiques.

Mais la physiologie n'est pas plus la médecine que la théorie des situations didactiques n'est une théorie de l'enseignement : à la première il manque au moins la clinique c'est-à-dire l'observation systématique et personnelle des malades, dans le but d'établir des rapports entre les effets physiologiques des maladies qu'ils portent et les symptômes divers par lesquels ces maladies se manifestent ; c'est en ce sens que j'ai pu dire qu'à la seconde il manque pa-

1 Je reprends ici l'expression de Lahire pour Tableaux de familles (1995), mais je voudrais évoquer surtout la thèse de Leutenegger, actuellement en cours d'achèvement, qui présente une " Contribution à la théorisation d'une clinique pour le didactique ", en montrant sur trois études de cas comment il est possible de décrire un système didactique " naturel " de manière à rendre compte de son fonctionnement et de ses domaines d'efficacité particuliers.

reillement une clinique. C'est donc ici la forme de questionnement permise par l'observation systématique et personnelle des élèves et des professeurs, en situation non expérimentale, dans le but d'établir des rapports - en termes de savoirs enseignés et appris - entre les dispositions individuelles que les personnes investissent dans les situations auxquelles elles sont assujetties et les formes d'organisations didactiques que ces mêmes personnes entretiennent par leur activité. Dans le questionnement qui s'ouvre, les questions temporelles seront premières puisqu'au delà de l'observation des premiers moments d'une rencontre cognitive, il s'agira de comprendre la formation des organisations de savoirs que sont les disciplines d'enseignement dont l'étude s'étend parfois sur plus de dix ans.

Le travail des mémoires et du passé de l'institution

A l'articulation entre la théorie des situations et les biographies d'élèves, les questions de la mémoire, individuelle et sociale, semblent donc premières. Elles sont en effet directement liées à la question centrale de l'articulation des temps personnels et institutionnel, en particulier des trois niveaux que nous avons identifiés comme le temps de l'apprentissage, le temps didactique et le temps scolaire.

Pour situer ces questions, il faut revenir rapidement aux travaux de Brousseau sur la reproduction des situations adidactiques, qui l'ont amené à la notion de contrat didactique. Il avait organisé à cet effet un dispositif consistant à demander à deux enseignants de se succéder dans une même classe, pour les amener à dire explicitement, dans le temps de leur préparation commune des leçons qu'ils se partageaient, les informations qu'ils avaient mémorisées. L'hypothèse de travail de Brousseau était qu'il s'agissait là des informations indispensables à la conduite d'une succession de leçons. Mais il est devenu rapidement évident que l'enseignant qui vient de faire cours conserve en mémoire bien d'autres informations que celles dont il peut explicitement rendre compte. En effet, le professeur nouveau, qui connaissait pourtant les élèves pour avoir partagé le temps d'enseignement avec le premier intervenant, n'arrivait pas à prendre des décisions dont il puisse anticiper au moins partiellement l'efficacité ; mais pour autant l'expérience de cette insuffisance n'aidait pas plus ce professeur à savoir quelles informations il aurait dû connaître et donc, à mieux les demander, qu'elle n'aidait l'autre à se ressouvenir des informations qui seraient utiles à son collègue (à ma connaissance, ces travaux du COREM n'ont pas été publiés). Brousseau a alors constaté que ce dont l'enseignant se souvient correspond à ce qu'il doit se rappeler pour *retrouver le fil conducteur de son action* lorsqu'il la poursuit lui-même au cours d'une nouvelle séquence d'enseignement, tandis que la classe elle-même, par les élèves qui la composent et les savoirs sur lesquels ils travaillent, fonctionne comme mémoire déposée qui appelle, lorsqu'il en est besoin, les

souvenirs utiles au professeur. La permanence relative du contrat et les temps de sa négociation font le matériau de la mémoire institutionnelle, la mémoire commune des interactions professeur/élève et de leur effet ; une observation grossière montre déjà que ce phénomène est extrêmement variable selon les professeurs.

C'est sur cette base que Julia Centeno a commencé à étudier les fonctions didactiques de la mémoire institutionnelle (Brousseau et Centeno, 1991 ; Centeno, 1995), au delà de ce que nous avons étudié comme les éléments pérennes du contrat. Ils forment le soubassement même des actions didactiques et nous les présenterons dans le paragraphe suivant. Elle a mis en évidence les gestes par lesquels l'enseignant rappelait des épisodes antérieurs pour définir les objets du travail actuel : en nommant les objets antérieurement présentés, les actions réalisées à l'occasion de leur rencontre, les problèmes posés par leur usage ou les problèmes qu'ils avaient aidé à résoudre, le professeur aide les élèves à construire des organisations de savoirs. Car on le sait, les savoirs scolaires bénéficient de cette forte structuration, qui contraste avec l'amoncellement informe des informations (de ce fait, difficiles à mobiliser (Zagafka & Marcy, 1989)) comme avec l'organisation linéaire des textes didactiques, qui est une aide presque indispensable à l'exposition des savoirs (Rajoson, 1988a) et surtout, une aide incontournable à l'étude de leur consistance.

Mais par là même, Centeno a montré comment des formes différentes de pratique enseignante pouvaient être définies par la présence ou l'absence de "gestion enseignante de la mémoire didactique", et comment ces formes différentes étaient pertinentes, pour l'amélioration de l'enseignement des mathématiques. Cette recherche pose en effet, pour la première fois sans doute dans le cadre de la didactique des mathématiques en langue française, la question de l'action didactique du professeur et de ses effets. Je n'exposerai ici que cet élément essentiel, sur lequel nous reviendrons : " ... le rôle de la mémoire est de fabriquer à nouveau l'histoire de la classe (qui n'est pas du tout la somme des aventures individuelles des élèves) pour recentrer la leçon présente. L'histoire de la classe est fabriquée à partir de ce qui a été vécu et du projet d'enseignement. ”.

Le travail (inachevé) de Centeno représente une avancée importante dans l'identification de différentes manières de conduire un enseignement, parce que ses questions sont posées dans les cadres théoriques existants et parce qu'elles les renouvellent en profondeur. Ainsi, le travail de la mémoire didactique (qu'elle mène dans le cadre de la théorie des situations) est à mettre en rapport avec un problème que nous avons présenté dans ces lignes, l'articulation du temps didactique au temps de l'apprentissage ; mais les conclusions que Centeno en tire sont à mettre en rapport avec les études de la transposition didactique menées indépendamment par Rajoson sous la direc-

tion de Chevallard.

Cet auteur montre qu'un objet d'enseignement doit, au delà du texte dans lequel il s'insère, faire partie d'une organisation d'objets beaucoup plus vaste que le simple problème qu'il résout ou la question qu'il aide à poser précisément ; il nomme une telle organisation *un tout-structuré*, tandis que Centeno montre l'intérêt didactique d'une telle *structure*, qui est d'aider le professeur à créer une mémoire didactique forte en s'appuyant sur le système des objets du tout-structuré, qui offrent de nombreuses occasions de s'appeler l'un l'autre. C'est la première passerelle entre les deux avancées théoriques majeures de notre champ ; de nombreux chercheurs pensaient que ces avancées n'étaient pas contradictoires, et leurs auteurs eux-mêmes l'affirmaient avec quelque raison, sans jamais être allés aussi loin que Centeno. Chevallard avait pu intégrer sans difficulté la notion de contrat didactique à sa construction et cette fois, un élève de Brousseau intégrait des problèmes posés parallèlement par les théories de la transposition et du temps didactiques.

Du point de vue de la conduite des ingénieries expérimentales, il semble que les leçons de ces travaux n'aient pas encore été tirées. En effet, si la manière de traiter la mémoire didactique fait le style d'un enseignement, les observables correspondants doivent être pris comme des indices forts de l'effet d'une proposition d'enseignement. Seulement, l'observation de tels phénomènes suppose que l'expérimentateur s'émancipe des formes de questionnement issues de l'observation psychologique de la résolution de problèmes pour étudier, non plus la résolution d'UN problème, mais l'enseignement de suites de séquences : les passages d'une séquence à l'autre, les rappels, les interpellations d'élèves particuliers faisant référence leur activité passée, les débats portant sur la reconstruction des savoirs antérieurement connus (ou l'absence de tels gestes d'enseignement), sont alors les indices de l'existence (ou de l'inexistence) de formes fortes d'adidacticité et de leur gestion explicite par le professeur.

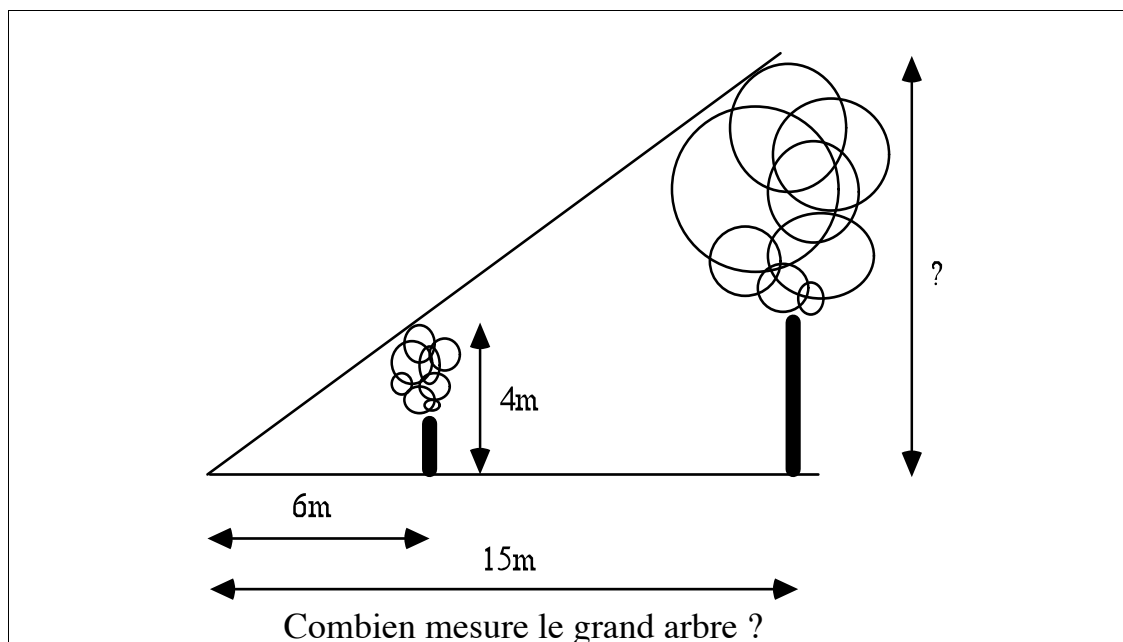
Cette observation a beau être l'intention déclarée de la plupart des recherches didactiques portant sur des ingénieries innovantes, pour autant, la plupart des observations ne se sont pas défaites de la forme normalisée venue de la psychologie cognitive de la *résolution de problème* et sont centrées sur les élèves. Le travail de Centeno permet de comprendre pourquoi il faudrait bien plutôt observer d'abord l'enseignement, que l'apprentissage, mais les observations cliniques de phénomènes institutionnels sont si rares, que je serais en peine d'en citer ici d'autres que celles menées par Leutenegger (thèse en cours) sous la direction de Schubauer-Leoni et celle de Coustau (1996) sous ma direction. Julia Centeno s'était engagée dans une voie difficile, qui - selon Brousseau - avait rebuté nombre de chercheurs avant elle et qui n'en a pas attiré beaucoup lorsqu'elle nous a quittés.

L'étude de la mémoire didactique du professeur ouvre encore un nouveau problème : comment est-il possible que les élèves se souviennent ou oublient effectivement selon ce que dit ou fait leur professeur ? La mémoire n'appartient-elle pas à la personne dans ce qu'elle a de plus intime ? Faut-il penser à une articulation entre la dimension sociale de la mémoire et sa dimension personnelle, ou faut-il comprendre que la mémoire didactique des élèves appartient aux formes des organisations scolaires relatives aux savoirs que ces organisations ont portés - tout comme la mémoire première la plus intime de chacun de nous appartiendrait à notre organisation familiale primitive¹, soit par exemple aux formes d'émergence de la dyade (mère, enfant) et de sa transformation en une triade (père, mère, enfant) ? Il nous faudra sans doute séparer le lieu d'enregistrement des phénomènes passés (la mémoire morte, que constituent les souvenirs potentiels des individus) d'avec les systèmes capables d'appeler certains de ces souvenirs (la mémoire vivante, que constituent les systèmes d'objets pouvant appeler ces souvenirs - la madeleine de Proust - et qui appartient aux situations institutionnelles).

Dans de telles conditions, quels sont les objets qui font signe ? Qui en possède la maîtrise ? Comment des élèves (ou d'anciens élèves) peuvent-ils acquérir cette maîtrise et se rappeler de manière autonome ? C'est l'objet des recherches d'Yves Matheron, étudiant en thèse sous ma direction depuis 1997. Au cours d'une étude sur la transposition didactique du théorème de Thalès (Matheron, 1994), il s'était aperçu que selon une enquête internationale les élèves français réussissaient mieux certains exercices relatifs à ce théorème un an avant qu'il ne soit enseigné, au point qu'ils se classaient sur ces questions parmi les tout meilleurs mondiaux. Or, les évaluations réalisées après enseignement montrent un taux de réussite bien moins important ! Il a alors montré que la proposition d'enseignement par ostension déguisée que l'on trouvait dans l'ouvrage de Troisième (9e année) le plus communément utilisé par les professeurs s'appuyait sur la connaissance première de l'exercice et de sa solution, c'est-à-dire que les professeurs expérimentés connaissent le phénomène sans pourtant qu'ils ne s'étonnent jamais (ni leurs élèves) qu'on enseigne un théorème qui permet de résoudre un exercice que l'on sait résoudre (par un raisonnement fondé sur l'hypothèse de la proportionnalité des grandeurs mises en relation). Pourtant, l'enquête montre que la figure ci-dessous est présente (sous une forme plus ou moins raffinée quant à la ligne de visée des sommets de deux arbres statues ou piquets) dans des ouvrages de l'enseignement primaire, comme exemple d'usage de la proportionnalité².

1 Et se perdrait avec son évolution normale : il n'en resterait que ce qui appartient à la mémoire familiale commune.

2 On trouve par exemple ce schéma dans Johsua & Maurin (1993), au chapitre *Proportionnalité*.



Mais le plus étonnant était sans doute que les résultats de l'enquête internationale qui est à l'origine de l'observation n'avaient pas été publiés en France. Ainsi, non seulement le professeur pouvait commander absolument à la mémoire des élèves, faisant dans une même leçon exister des objets et les savoirs associés, afin de les présenter, puis les faisant oublier, pour enfin proposer une nouvelle organisation de ces savoirs dans laquelle la propriété géométrique préconstruite se trouvait énoncée solennellement et nommée d'un des rares noms de mathématiciens qui font mémoire dans la culture de chaque génération : Thalès. Et dans le même moment, le système d'enseignement (ici, l'INRP) *oublie* de publier les résultats d'une évaluation internationale, qui pourraient dénoncer le procédé : celui-ci est-il donc inscrit dans l'inconscient mathématique de tous ! Selon Brousseau, " le principe fondamental de la théorie des situations consiste à définir une connaissance par son rôle dans une situation ", mais rares sont ceux qui avaient fait une expérience aussi concrète et complète de la puissance de ce principe : la mémoire elle-même est inscrite dans la situation. Il faut alors considérer que les fonctions différentes des savoirs et les changements de statut des savoirs dont cette théorie traite correspondent aux mémorisations et aux oublis. Centeno a commencé d'explorer - du point de vue du professeur - le système des mémoires didactiques que nous avons ici identifié, à sa suite. Mais ce système peut aussi être abordé du point de vue de l'observation biographique : tout comme l'inconscient est un système mémoriel qui se révèle par le biais des *lapses* - où l'on observe l'organisation des signifiants qui font signe pour l'inconscient - le système des mémoires didactiques se révèle par le biais des erreurs dans l'usage des objets qui, en classe, font signe : *les ostensifs*. L'étude de l'écologie des systèmes d'ostensifs développée par Bosch (1994a) correspond donc à une approche de ce que Centeno nomme *la mémoire permanente du système*. Cette mémoire

permet au système de fonctionner a minima, éventuellement sans appel à d'autres systèmes mémoriels ; du point de vue didactique c'est une manière particulièrement économique, parce qu'elle donne un contrat didactique stable, sans ruptures (le professeur peut à tout moment faire appel au passé inscrit dans la manipulation routinière des ostensifs, les élèves peuvent sans crainte s'appuyer sur les routines enseignées pour décider des actions à mener), mais cette manière mémorielle donne un fonctionnement didactique particulièrement rigide et étroit, que l'on qualifie traditionnellement de *scolaire* au sens péjoratif du terme. De plus, puisque toute action à venir est inscrite dans le passé ou furent produits les ostensifs manipulés, une situation nouvelle ne peut produire un apprentissage inattendu : *aucun obstacle épistémologique ne peut être abordé et franchi par un tel procédé didactique*. On peut maintenant comprendre comment le travail sur les systèmes d'ostensifs, les manipulations qu'ils supportent et les non ostensifs qui leur sont associés constitue l'objet même de l'étude des savoirs.

Dans les situations portées par une institution, les mémorisations et les oublis peuvent ainsi être décrits comme des apparitions et disparitions d'objets : la mémorisation est appelée par l'introduction d'objets et des sensations qui leur sont associées (en général, auditives et visuelles, mais aussi tactiles ou même olfactives) ; ces sensations ont pour fonction d'activer des actions enregistrées en mémoire - ce sont *des ostensifs*. Les ostensifs montrent donc des actes matériels (y compris des actes de langage) mais aussi des actes de pensée - *des non-ostensifs* - (Chevallard 1994 ; Bosch, 1994a). De même, la disparition des ostensifs crée, semble-t-il, l'oubli personnel des élèves, dont la plupart ne se rappelleraient jamais que de ce qui leur est ainsi indiqué : c'est ce qu'étudie Matheron en les analysant comme des phénomènes de *mémoire collective*, se référant ainsi précisément à la théorie des cadres sociaux de la mémoire (Halbwachs, 1925). Les décisions d'un professeur de Terminale S (un professeur de Terminale expérimenté, reconnu par sa hiérarchie et bien installé dans son métier) et de ses élèves en difficulté sont étudiées afin de vérifier plusieurs hypothèses :

- Premièrement : le professeur manipule la mémoire institutionnelle chaque fois qu'il en éprouve la nécessité pour faire progresser son enseignement (en particulier, à l'occasion des corrections d'exercices qui en constituent l'essentiel). Il confond donc le temps et les gestes de l'enseignement avec le temps et les gestes de l'étude que devraient mener les élèves, ne leur offrant pas d'espace adidactique pour une action autonome, produisant un enseignement marqué par une forte *urgence didactique* : toujours, les élèves devraient déjà avoir formé le rapport attendu aux objets qui leur sont proposés dans les exercices. Un tel phénomène serait un effet ordinaire de l'enseignement, renforcé aujourd'hui par la généralisation de l'enseignement par ostension déguisée, qui produirait un habitus d'étude unique pour toutes les situations didac-

tiques : l'institutionnalisation des savoirs à apprendre au terme d'un épisode didactique est toujours laissée à la responsabilité des élèves. Ceux-ci ne peuvent que rarement l'assumer, c'est pourquoi le professeur se trouve dans le cas de corriger les exercices en montrant le type d'usage des savoirs qui ont été implicitement présentés comme s'il avait été enseigné : " vous auriez déjà dû apprendre cela, si vous aviez correctement étudié " dit ou semble dire le professeur.

- Deuxièmement : certains élèves sont en difficulté et n'apprennent pas, parce qu'ils sont si bien assujettis à ce fonctionnement didactique sans mémoire, qu'ils ne retravaillent pas par eux-mêmes leur passé didactique, même immédiat. Or, cela interdit aux élèves de s'emparer du contrôle des décisions qu'ils doivent prendre et de se libérer des situations dans lesquelles ils ont été enseignés (cette observation rejoint les conclusions de Leutenegger, 1999). Faute de la possibilité d'appeler leur passé - ce qui suppose un travail d'organisation mémorielle dont ils laissent la responsabilité au professeur - ils se privent de celle d'anticiper sur leur avenir et deviennent absolument aliénés par un système qui porte seul leur passé. Ils sont dans la situation de ces acteurs sociaux qui n'imaginent pas l'avenir, parce que les décisions qui engagent cet avenir n'ont jamais dépendu de leur volonté : les événements qui les concernent adviennent comme s'ils étaient écrits depuis toujours quelque part. Ceux-là consultent les voyants et les astrologues (l'avenir se devine), jouent aux jeux de hasard (parier pour gagner est la seule forme d'investissement raisonnable), etc. : ils s'interdisent le calcul et pour cette raison ils ne voient jamais ces occasions de décider et d'agir que les puissants nomment "les opportunités".

Troisièmement : pourquoi les systèmes didactiques produisent-ils de façon répétée de tels élèves ? On pourrait penser en effet que les élèves de Terminale S ont justement été sélectionnés sur leur aptitude à supporter ce type d'enseignement, et que cette aptitude est une compétence générale d'élève. Il semble au contraire que ce ne soit pas le cas et qu'elle soit liée à chaque organisation d'objets de savoir. Si cette aptitude doit être reconduite à chaque niveau de l'étude, alors c'est une propriété éminemment didactique (elle est relative au savoir en jeu dans la relation didactique) et non une propriété cognitive ou institutionnelle (elle n'est pas relative à la personne ou au sujet didactique, l'élève). Cela signifie soit, que les formes de l'étude dépendent fortement des objets de l'étude, plus fortement encore que ne l'imaginaient la plupart des didacticiens, soit, que les trajets personnels des élèves donnent des organisations de savoirs suffisamment diverses pour être sélectionnées par l'apparition d'objets dont l'enseignement demande une réorganisation profonde, alors qu'elles semblaient suffisamment voisines pour donner des succès semblables jusqu'à présent. C'est tout un nouveau domaine de recherches qui s'ouvre ici.

Des épisodes aux trajets didactiques, identités

Quelles doivent être les propriétés d'un enseignement, pour qu'il soit efficace envers le plus grand nombre des élèves auxquels il est destiné ? L'un des phénomènes que Centeno avait remarquablement identifié était relatif à la nécessité, pour un tel enseignement, que l'enseignant puisse aider les enseignés à s'emparer des situations didactiques qui leur sont proposées. Cela suppose qu'il arrive à organiser l'émergence de savoirs portés par l'histoire didactique personnelle des élèves, alors même que ces savoirs ne figureraient pas dans sa culture personnelle. Dans de telles conditions chaque élève est personnellement fait ignorant de ce qu'il doit apprendre et le professeur renonce à contrôler a priori ce qui est effectivement appris, à chacun des épisodes didactiques qui s'ensuit. Pour autant, il demeure plus que jamais seul responsable de ce qui est enseigné - mais ce qui est enseigné ne recouvre pas tout ce qui est appris.

Sensevy (1994), partant d'un autre espace théorique et ignorant les recherches de Centeno qui n'étaient pas publiées en 1992-1994, en arrive à une conclusion semblable en expérimentant la possibilité d'une telle position professorale. Mais sa tentative correspond à une relation didactique tout à fait exceptionnelle et nous ne connaissons pas d'observation naturelle de phénomènes de cet ordre (en dehors peut être du travail de Fluckiger, 1999). Le cas général est tout autre et nous nous intéressons ici à ses effets. Car ce que le professeur et l'enseignement qu'il organise ne prennent pas en charge est néanmoins nécessaire à l'apprentissage : nous devons donc faire l'hypothèse que pour réussir les élèves doivent prendre à leur compte l'essentiel de ce que le professeur a omis. Certains seulement y réussissent, et pour les autres, nous devons étudier la manière dont les carences didactiques influent sur les organisations cognitives qu'ils produisent. Tel est le sens des recherches que j'ai présentées dans la dernière partie de ma thèse, lorsque j'ai interprété les épisodes observés comme l'effet des choix compensatoires différents que différents élèves avaient réalisés : ces choix apparaissaient alors comme des dispositions propres à ces élèves, je considérerais plutôt aujourd'hui, suivant en cela l'idée fondamentale d'Elias (1991) qu'ils étaient l'effet des interactions entre ces élèves et les situations qu'ils avaient vécues, et des réponses adaptatives qu'ils avaient dû produire. C'est pourquoi il semble utile de revisiter ce travail en exposant rapidement l'étude biographique de Sabine tout en renvoyant à la thèse sur la méthode de production des observables.

La formation des stratégies, les biographies des sujets

Cette élève de Première S d'un lycée marseillais du centre ville se trouve, lors de la première interrogation de l'année, en grave difficulté avec une note

de 1,5/20. C'est pour elle d'autant plus dramatique qu'elle a choisi cette section contre l'avis familial ; elle en pleure et le professeur embarrassé traite le problème en l'envoyant à la permanence d'observation, où elle expose rapidement son problème puis répond avec soin au questionnaire standard qui permet de connaître le rapport des élèves aux principaux gestes d'élève (suivre un cours, faire des devoirs, apprendre des leçons, faire des exercices, corriger des exercices, venir au tableau, etc.) et quelques éléments biographiques (redoublements, matières préférées, professeurs appréciés, etc.) Elle répond favorablement à la proposition d'aide, consistant en quelques entretiens sur les difficultés que révèle sa copie et les moyens d'y remédier. Les signes d'une fragilité particulière de cette élève sont présents et dressent peu à peu le portrait d'une élève qui a trouvé le chemin d'une certaine réussite en mathématiques, dans la dernière année de l'école élémentaire puis au collège, sans toutefois que les compétences qu'elle a développées à cet effet ne lui aient permis de construire un corps de moyens d'étude capable de résister aux secousses que produisent les méthodes traditionnelles de l'enseignement des mathématiques dans les "bonnes classes", en France. Un questionnaire posé à tous les élèves venus poser une question à la permanence d'observation (que je tenais une demi journée par semaine, dans l'établissement) permettait de cerner leur rapport personnel aux objets didactiques en demandant par exemple ce qu'est, pour eux, un bon professeur, ou quels sont les moyens sur lesquels ils se sont appuyés pour réussir en mathématiques, jusqu'à ce jour. Sabine y a répondu, lors de sa première visite.

Pour mieux réussir en mathématiques, il faudrait, dit-elle, " que les exercices en classe soient tous corrigés, et que les leçons soient très claires. " (je souligne). Elle précise même : " Ne pas faire du bla-bla, aller à l'essentiel, les moyens techniques ". Ce qui la gêne le plus dans son travail et l'empêche de réussir, c'est d'abord " le bruit en classe " puis " des leçons complexes " et enfin " pas d'exercices, ou alors une tonne " ..

Elle ne cite aucun enseignant comme responsable de sa réussite et elle précise qu'en Quatrième, c'est la matière elle-même, qui l'a amenée à faire des mathématiques sa matière préférée. Mais sa relation au savoir n'existe qu'au travers du cours du professeur. De son côté, elle apprend la leçon et applique les résultats qu'elle contient. Mettons face à face les deux listes de ses réponses aux questions suivantes : " Qu'est-ce que, pour vous, un bon professeur ? " et " Qu'est-ce que, pour vous, un mauvais professeur ? " :

Un bon professeur :	Un mauvais professeur :
— déjà il faut qu'il soit proche des élèves	— sévère
— sévère mais sympathique	— classe perturbée
— pédagogue (très important).	— brouillon
— tenir la classe	

— programme organisé.	
— leçon claire	— pas d'exercice ou une tonne
— exercice de difficultés progressi- ves.	d'exercice.
— s'intéresser à nous.	— qui ne s'intéresse pas à nous

nous voyons d'abord que certains points sont redoublés. Par exemple, la progressivité des exercices et leur quantité (pas trop, pas aucun), par lesquels l'enseignant gère le travail des élèves et leur progression. La leçon " claire " se déroule dans une classe silencieuse, tenue en main, non perturbée : ce sont les conditions d'efficacité de *l'attention* que nécessite une leçon que l'on suit. Le bon professeur doit suivre " un programme (de cours) organisé " et ne pas " être brouillon¹ ", ce qui permet à l'élève de se situer dans la progression et donc, de *suivre* ses études. La dernière réponse de Sabine, sur la difficulté des exercices, doit être mise en relation avec la demande que le professeur donne des exercices de *difficulté progressive*. Ils doivent donc être assez difficiles, pour que Sabine puisse se sentir progresser, mais adaptés à son niveau personnel car, nous l'avons montré dans le travail sur le temps didactique, il faut que la progression ne laisse pas l'élève sur place, pour qu'elle soit effective. C'est donc, pouvons-nous penser, qu'elle appelle un professeur " pédagogue " celui qui assure *un espace-temps didactique conforme*. Il faut encore que le bon enseignant soit " proche " des élèves, ce que nous pouvons encore interpréter dans le cadre de la théorie du temps didactique comme une inquiétude sur la progressivité de l'enseignement, et sur la convivialité que donne une avance faible du cours de l'étude sur le point où se situe l'élève. C'est pour elle une question d'autant plus importante que dans la position qu'elle a prise, l'enseignant est l'intermédiaire obligé entre elle et le savoir.

Pour cette élève, qui manifeste cette dépendance-là à la position institutionnelle d'enseigné, l'espace de liberté est bien réduit et la moindre hésitation dans la gestion de la relation didactique crée, pour Sabine, la rupture. Car la seule arme d'une telle élève, dépendant absolument de la position d'enseigné, est bien *d'apprendre les leçons*. Il ne lui reste ensuite qu'à veiller à ce que le système marche selon les règles, en espérant que le professeur sache être plus souple dans la position d'*enseignant* qu'elle ne l'est comme *enseigné*. C'est au professeur en effet de négocier sans casse les moments délicats dans un système qui n'a, pour l'élève, aucune souplesse. Voici comment ce premier jour Sabine raconte ses problèmes :

...Je pouvais pas aller plus loin, je comprenais pas que le signe était dans ce sens (elle écrit <)
je croyais le contraire, on me disait on va minorer en majorant le dénominateur, et je pensais non
c'est plus grand puisqu'on a majoré au départ. Le mot majorer pour moi c'était que c'était donc

1 Ce sont les mots que trouvent les élèves de tous niveaux et de tous pays pour décrire *le texte du savoir*. Sabine nous donne un exposé tout à fait ordinaire sur les caractères d'une organisation du temps didactique fair play pour l'élève, mais tous les élèves ne sont pas aussi attentifs qu'elle à ce que le jeu soit absolument régulier.

plus grand, j'aurais pas pensé majorer pour ça. Donc c'est des trucs comme ça qui me bloquent.

Des questions qui arrivent en plus. **En plus de la leçon**, et...

— Et ça vous arrive souvent, ça vous bloque souvent ?

— Oui.

Ces questions, qui arrivent “ en plus de la leçon ”, arrêtent sa progression, pense-t-elle. Elles ne font pas, pour elle, partie du travail normal de l'étude ; elles ne forment pas la part personnelle qui lui est laissée ; elles ne définissent pas l'espace qu'elle doit normalement occuper dans l'organisation de la progression générale. Sabine aurait dû apprendre que “ *< parce que $4 > 2$* ”, alors que ces deux faits étaient pour elle, jusqu'à présent, disjoints. La technique de recherche de majorations impose en effet l'émergence d'une relation nouvelle, entre l'ordre de deux nombres et celui de leurs inverses. Cette relation était peut-être un énoncé du cours ou même un prérequis des années antérieures mais, pour des raisons qu'il faudra déterminer, Sabine ne l'a pas identifié comme théorème faisant partie d'une leçon et elle ne peut pas l'apprendre “ en plus de la leçon ”. C'est donc que jamais jusqu'à présent la leçon n'a semblé, pour elle, comprendre de tels énoncés. Sans doute, Sabine ne se permet-elle jamais de retravailler d'elle-même des énoncés qu'elle a mémorisé, pour en changer le statut ou pour les intégrer dans de nouvelles organisations de savoirs : nous avons donc un symptôme.

Notre attention attirée par ce dernier symptôme, un examen plus approfondi nous montre même que nous disposons d'une configuration de symptômes et que nous pouvons esquisser *un tableau*, qui soutient l'interprétation que voici. Sabine a choisi, pour réussir en mathématiques, la géométrie. Dans ce domaine en effet, il faut utiliser des propriétés normalisées pour produire un discours argumentatif sur les propriétés d'une figure et il est possible de s'atteler à de telles tâches en apprenant les définitions et les théorèmes. Tandis qu'en algèbre ou dans les résolutions de problèmes, le cours ne donne pas les éléments à articuler puisqu'ils sont relatifs aux situations physiques, économiques, chimiques, astronomiques, sociales ou même mathématiques que les énoncés évoquent : il n'y a donc là, pour Sabine, rien à apprendre et sur quoi appuyer une action raisonnée.

Cette “ *disposition* ” *stratégique est particulière à Sabine*, elle fait son identité d'élève en mathématiques, elle résulte d'un choix personnel dont il semble que nous ne puissions pas rendre raison en nous cantonnant strictement dans un cadre didactique, bien que nous puissions rendre compte précisément de ses effets didactiques. En effet, l'investigation peut maintenant produire des signes supplémentaires qui pourront confirmer ou infirmer ce premier diagnostic. Même, les effets de l'intervention qui devient possible nous apporteront des éléments qui nous permettront d'avancer dans la thèse le terme de *clivage didactique d'objet* (Mercier, 1992). Ce clivage fonctionne ainsi : Sabine choisit la géométrie comme son alliée, contre l'algèbre, en s'appuyant sur une stratégie qui lui réussit bien dans ce domaine elle apprend les théorèmes

pour les utiliser dans des démonstrations. Comme c'est le cas dans le phénomène psychique de *clivage d'objet* par lequel un conflit trouve une solution par deux projections psychiques opposées sur un *bon objet* que l'on s'allie et un *mauvais objet* que l'on rejette (Laplanche et Pontalis, 1973), un conflit de Sabine (sans doute, entre elle qui veut réussir en mathématiques et sa famille qui, dit-elle, pense qu'elle ne devrait pas réussir longtemps) trouve une solution par deux projections opposées sur l'algèbre (où l'on ne peut rien faire par soi-même) et la géométrie (où l'on peut s'aider des théorèmes, que l'on apprend). Cependant, l'interprétation didactique ne nécessite pas l'identification du conflit originel et encore moins la détermination de son lieu (psychique, cognitif, social, ou didactique) : il lui suffit de connaître la manière dont ces déterminations externes *se convertissent* en phénomènes didactiques identifiables, il lui importe de savoir, en revanche, si des phénomènes didactiques identifiés ont ou n'ont pas une origine didactique.

La permanence des rapports aux objet

L'exposé de cette recherche donne une idée de la manière dont une méthode d'observation informée par une théorie du fonctionnement des systèmes didactiques peut aider à construire une sémiologie, qu'il reste à associer aux comptes-rendus de cas (par lesquels la compétence à juger d'un *tableau clinique* se transmet).

Mais nous pouvons aussi rendre compte de la rigidité de la réponse didactique construite par Sabine : son adaptation s'avère aujourd'hui absolument insuffisante. Pourtant, elle lui a longtemps donné une réussite supérieure à celle de ses camarades de classe, parce qu'elle avait trait à la géométrie qui est, dans l'enseignement français des mathématiques, la part noble et fortement valorisée (tant que l'enseignement de l'analyse, qui repose tout entier sur des pratiques algébriques, n'a pas été engagé, ce qui commence justement avec la Première S, où entre Sabine). On peut alors confronter ce résultat de l'analyse biographique au travail d'analyse institutionnelle de Ratsimba-Rajohn (1992), qui montre comment l'enseignant laisse vivre ensemble plusieurs formes du rapport à un objet, dont l'une seulement sera validée par la suite de l'enseignement.

Dans le cas des dispositions stratégiques relatives aux manières d'étudier, qui nous intéressent ici, le développement de stratégies contraires n'est apparemment régulé que par la sélection progressive des formes les plus efficaces dans la suite des apprentissages demandés, lors des interrogations de bilan (dont il semble que ce soit une fonction essentielle). Ainsi, pour faire cette fois travailler une métaphore biologique de l'apprentissage, je dirai qu'une adaptation qui réussit trop aisément élimine radicalement des adaptations concurrentes, ce qui laisse désarmé devant la nécessité d'une nouvelle adapta-

tion demandant un impossible retour en arrière¹. Une suradaptation triomphante est bien plus dangereuse qu'une adaptation partielle qui conserve la richesse de nombreux possibles et j'ai pu montrer par exemple que les bons élèves des classes où peu de mathématiques s'enseignent (ici, des BEP Agricoles) ne supportent pas les variations du contrat didactique relatives à un savoir donné (Castella et Mercier, 1995). Ce manque de plasticité engage le professeur qui veut préserver les réussites à installer un contrat particulièrement rigide dont certains effets néfastes ont été observés (Mercier, 1995c).

J'ai ainsi développé deux nouveaux thèmes de recherche sur le problème de l'espace-temps didactique. Ils me permettent de définir, dans le cadre théorique de la didactique des mathématiques, *des gestes* d'enseignement ou d'apprentissage : la sélection, par un professeur, d'une situation ancienne apte à inscrire un savoir dans l'histoire institutionnelle de la classe, est un geste d'enseignement, qui commande à l'organisation future des savoirs enseignés ; la sélection, par un élève, d'une manière d'étudier apte à assurer sa réussite, est un geste d'apprentissage, qui peut déterminer une déviation de la trajectoire personnelle de cet élève dans l'institution. Ces gestes répondent localement au besoin d'un acteur du système didactique, ils lui semblent nécessaires parce qu'ils sont adéquats mais ils vont peser lourdement sur sa biographie ou sur l'histoire de l'institution.

C'est alors que l'on peut commencer à rendre raison des effets d'une décision personnelle - qui semble l'effet d'un hasard parce que nous n'en savons pas le motif - et à comprendre comment une décision peut être à l'origine d'effets importants et inattendus. Mais si des motifs externes pèsent en permanence sur les décisions prises par un acteur, les occasions de peser sur une décision ne leur manqueront pas. On peut alors imaginer qu'ils s'avèrent en fin de compte déterminants : c'est en ce point que la notion de régulation d'un système devient centrale, comme l'a montré l'analyse a priori du jeu du professeur menée par Brousseau (1995a), rejoignant à sa manière les travaux sur ce thème venus des Sciences de l'Education (Bonniol, 1989 ; Sensevy, 1994 ; Ravestein, 1994) qui visent à comprendre la production des permanences comme réalisation d'un équilibre plus ou moins fragile sur la trajectoire recherchée - selon l'effort exercé, l'inertie du système et la répartition des pesanteurs.

Les avancées principales sur ces questions appartiennent à mon avis au champ des études sur le contrat didactique, ses ruptures, ses éléments pérennes, ses effets différentiels. Elles sont venues des études de l'enseignant menées par les étudiants de Brousseau comme "étude du jeu du professeur" et le travail sur l'articulation de la mémoire institutionnelle aux mémoires individuelles

¹ L'histoire de Néandertal semble montrer qu'une suradaptation peut devenir, à terme, mortelle.

des élèves vient montrer des phénomènes nouveaux. Ainsi, dans l'enseignement par ostension étudié par Ratsimba-Rajohn, ou par ostension déguisée identifié par Berthelot et Salin, nous montrons le lien de "l'invention institutionnelle de mémoire" et des "effets de contrat", et comment ce lien permet au professeur de *montrer la manière de faire* et de mettre en place, localement, un enseignement de techniques sans qu'il doive encore discourir sur les techniques dont il démontre le fonctionnement : un enseignement par frayage. Nous avons enfin accès, grâce à l'approche biographique, à la compréhension de phénomènes de *régulation didactique*. Le contrat n'est plus, pour nous, un terme général servant d'explication universelle : ses points d'appui se démontent, ses lois se démontrent et s'observent.

Conclusion

En mathématiques, l'étude du didactique s'est construite dans un tout petit écotone des sciences humaines : entre sociologie et psychologie (dans les facultés de sciences), le plus souvent dans des institutions ne relevant vraiment ni des pratiques d'enseignement ni des mathématiques (les IREM). Ce double interstice lui a permis de commencer à poser des problèmes que d'aucuns affirmaient avoir résolu, que d'autres balayaient d'un revers de la main, que certains parmi les meilleurs avaient déclaré insolubles. Bref, des problèmes illégitimes (et c'étaient parfois des problèmes auxquels des chercheurs audacieux s'étaient attaqués en francs-tireurs). La didactique est née sans que les autorités légitimantes ne s'intéressent à elle, dans ce qui est peu à peu devenu, selon le mot de Jacky Beillerot, "une province".

Mais la didactique des mathématiques s'est peu à peu faite connaître hors de sa province et voilà que certains des problèmes illégitimes qu'elle avait posés sont devenus, ailleurs, dans le monde, des problèmes reconnus. C'est donc maintenant aux didacticiens de faire l'effort de nouer les liens, de se situer dans le champ des recherches en sciences humaines comme membres d'une famille de scientifiques en sciences humaines, caractérisés par leur objet - la transmission et l'étude d'un savoir - et de montrer comment ils ont procédé en apportant le cas échéant l'originalité que leur isolement leur a permis de développer. Réciproquement ils ont à identifier ce qu'ils ont trouvé et qui était connu. Il me semble que le moment est opportun pour engager cet exercice, parce que les questions que les didacticiens posent me semblent rejoindre presque naturellement certaines questions actuelles, à la rencontre entre les diverses manifestations de l'humain (Lahire, 1998). C'est dans cette intention que je reprendrai plus particulièrement, dans la seconde section de cette note, les questions venues de l'usage didactique des notions d'institution et de situation, poursuivant la révision des questions didactiques en me situant dans leur logique propre. Car la progression du questionnement interne pousse aujourd'hui plusieurs didacticiens à envisager des problèmes qui pourraient appartenir à d'autres découpages de la réalité. C'est sans doute pour cela qu'ils se trouvent fort aises d'appartenir au champ multiréférencé des Sciences de l'Éducation - dans la mesure où ce faisant, ils peuvent continuer à entretenir des liens forts avec les chercheurs des disciplines dont ils étudient l'enseignement et l'apprentissage.

Je conclurai sur l'exposé rapide d'une question pratique du type de celles

que je viens d'évoquer. Dans le cadre de la réunion du REF tenue en 1996 à Montréal, quelques chercheurs en didactique des mathématiques ont examiné la question de la place du cognitif dans les théorisations en didactique des mathématiques, ce qui m'avait amené à montrer que la théorie des situations a bien sûr un principe fondateur épistémologique, mais que ce principe fait de la théorie des situations une théorie de la connaissance des savoirs qui est *collective* plus qu'individuelle. En effet le sujet d'une situation didactique n'est pas tel élève particulier mais le groupe social des élèves (institution apprenante) organisé dans l'intention d'acquérir des manières de faire et de penser des techniques collectivement partagées, validées et reconnues : les savoirs (Mercier, 1998b).

Une déclaration de ce type peut évoquer certaines théories de la cognition distribuée (Hutchins, 1995) et cela m'engage à ne pas oublier que la première conséquence de cette évocation est relative à la nécessité de décrire le groupe social des élèves et le jeu de coopération/compétition qui s'y joue nécessairement. Je poserai ce problème en didacticien c'est-à-dire dans le cadre de la théorisation didactique disponible, pour chercher comment la régulation du jeu est assurée par le contrat didactique. C'est dans le laboratoire " Systèmes d'apprentissage, systèmes d'évaluation ", ce que certains d'entre nous ont collectivement entrepris. Lorsque nous cherchons à observer coopération et compétition dans la classe (Mercier, 1997a), ou encore cadrage psychique et reconnaissance narcissique (Coustau, 1996), nous le faisons du point de vue des enjeux didactiques qui déterminent le champ des interactions sociales ou qui constituent la tâche primaire de l'institution, afin de comprendre comment ils sont portés dans ces formes d'interactions sociales ou institutionnelles. Et réciproquement nous cherchons comment des enjeux non didactiques peuvent se convertir, par des phénomènes semblables au clivage observé dans le cas de Sabine, en forces déterminantes dans l'espace-temps didactique.

Ainsi l'étude des phénomènes de l'enseignement et de l'apprentissage scolaires des mathématiques que la didactique des mathématiques s'est proposée en définissant sa tentative scientifique de manière relativement autonome, a produit un domaine de recherches - le didactique - dont l'ampleur nécessite l'ouverture des didactiques sur l'ensemble des approches anthropologiques existantes : c'est en ce sens que je peux affirmer que *les didactiques des savoirs deviennent aujourd'hui partie prenante des sciences de l'homme* et qu'elles doivent produire des problèmes plus généraux que ceux qui ont initialement balisé leur champ. Elles devront donc en partager l'étude avec d'autres approches, pour ouvrir un débat sur la pertinence des différents résultats et l'articulation des divers paradigmes.

SYNTHÈSE DES PROBLÈMES D'UN DOMAINE DE RECHERCHES

Il s'agit dans cette section de présenter l'état des questions qui, pour moi, font problème et qui donnent les directions de développement possible pour des travaux en didactique des mathématiques, articulés avec les questionnements des sciences de l'éducation. Cette mise en questions s'appuie sur une visite des notions et concepts fondateurs du domaine et de l'état de leur organisation en systèmes théoriques dont la compatibilité doit être interrogée.

Sujet et objet sont ici des termes premiers, un objet étant donc, par fonction, l'autre terme du rapport d'un sujet à un objet. Question, donc, de point de vue : un objet peut être une chose, une organisation sociale, une personne, ou même, un savoir. Tout rapport humain à un objet sera considéré ici comme un savoir : les savoirs sont les manières de connaître. Les métaphores sur la connaissance sont nombreuses, mais celle-ci présente l'intérêt de faire faiblement image¹. De même qu'il est possible de décrire un objet dès lors que ses propriétés sont nommées dans le système conceptuel de la langue dite "naturelle" de la description, il est possible de décrire un rapport en le considérant comme un type d'objets particulier (nous considérerons de même que les sujets peuvent, dans certaines conditions, être décrits : comme des objets). Car la description d'un objet individuel ne vise pas à l'appréhension de sa singularité irréductible, qui est désignée globalement par le nom propre de cet objet. Elle ne nous intéresse que dans la mesure où l'identification des particularités qui peuvent marquer son individualité nous donne des concepts nouveaux pour décrire les autres objets du même genre et atteindre à une meilleure connaissance de ce genre (Pariante, 1973). Les particularités qui ont une prévalence non négligeable dans le genre étudié sont ainsi les variables d'un modèle descriptif de l'objet.

Mais si des relations entre ces variables peuvent être produites et s'il est possible de valider leur pertinence, nous disposons de bien plus qu'une description, d'un modèle de l'objet qu'il faut bien désigner par cette propriété : un modèle calculable (Calcul ne signifie pas ici mathématisation, mais possibilité d'anticiper sur une action en s'appuyant sur les lois de conservation ou de

¹ C'est ce qui réserve son avenir, tandis que les termes associés à des préconstruits puissants, se voient commander par avance aux usages que l'on peut en faire.

transformation des objets). C'est-à-dire qu'il est possible d'argumenter sur les configurations des objets que les différentes valeurs possibles des variables et les relations entre ces valeurs permettent d'imaginer.

Les savoirs et le didactique

On dit qu'un sujet connaît un objet lorsqu'il entretient un rapport à cet objet.
Lalande, Dictionnaire de la philosophie

Notre premier enjeu sera la modélisation des savoirs, qui fait problème ; l'observation des rapports des sujets aux objets mathématiques nous conduit à mettre en cause l'idée naïve que les objets seraient définis de manière totalement indépendante des rapports que des sujets entretiennent à ces objets, comme l'idée - à mon sens, tout aussi naïve - que les sujets seraient libres de produire chacun pour soi n'importe quel objet, qu'ils individualiseraient à leur gré dans le monde. L'émergence conjointe des sujets, des objets et des rapports, qui se joue pour chaque génération d'hommes et qui ne se produit pas à l'identique d'une génération à l'autre, tel est justement le problème qui nous occupe.

Nous cherchons un modèle pour décrire la production des savoirs et identifier les problèmes posés par cette propriété fondamentale mais limitée des savoirs humains : ils peuvent être partagés, c'est-à-dire qu'un humain peut apprendre les savoirs de l'autre sans l'en déposséder et que deux humains peuvent reconnaître qu'ils possèdent des savoirs semblables en reconnaissant leur propre rapport à l'objet dans le rapport de l'autre. Cette deuxième propriété va nous aider à engager une première approche du modèle que nous cherchons, car elle montre qu'un savoir ne consiste pas en une impression intime ; tout au moins, un comportement peut être interprété comme la manifestation d'un savoir, puisqu'il est possible d'attribuer un savoir au rapport observé d'un sujet à un objet. Cela pose immédiatement un problème délicat, dont voici une réalisation :

Interrogée au téléphone, une personne doit résoudre le problème 1 ci-dessous :

<p>“ Déterminer la somme des deux nombres suivants : deux virgule trois et quatre virgule un ” (problème 1)</p>

Elle répond six virgule quatre. C'est juste, mais que sait-elle de l'addition des décimaux ? On ne peut rien en dire, parce qu'on ne peut pas prévoir, de ce comportement conforme, son comportement face à cet autre problème qui lui serait posé dans les mêmes conditions :

<p>“ Déterminer la somme des deux nombres suivants : deux virgule treize et trois virgule sept ” (problème 2)</p>

La réponse obtenue dépend en effet des personnes interrogées. Ainsi, de deux personnes qui répondaient unanimement six virgule quatre au premier pro-

blème, la première répondra maintenant cinq virgule quatre-vingt-trois tandis que la seconde répondra cinq virgule vingt. Ce dernier résultat s'obtient en ajoutant deux et trois, puis treize et sept, agissant avec les décimaux ainsi que l'indique la manière dont on les lit : comme un couple d'entiers constituant, pour le premier, la partie entière du nombre décimal, et pour le second, sa partie fractionnaire décimale. La réponse exacte au premier problème pouvait être produite de la même manière, (mathématiquement incorrecte), que le deuxième problème disqualifie, en principe. Mais il existe une règle pratique consistant à ramener les décimaux au même nombre de décimales. Il suffit d'écrire les nombres " en chiffres " et d'égaliser les longueurs des parties décimales pour obtenir un problème de substitution, " Déterminer la somme des décimaux 2,13 et 3,70. ", qui se résout très bien par addition séparée de 3 et 2 d'un côté, 70 et 13 de l'autre. La somme obtenue est 5,83 : c'est un résultat exact. Le résultat exact ne signe donc pas un rapport univoque aux décimaux et deux personnes ayant donné la même réponse exacte au deuxième problème peuvent avoir deux stratégies distinctes qui n'appartiennent pas au même univers culturel mathématique.

Chacun le savait bien sûr : des problèmes apparemment semblables relevant de conditions différentes correspondent probablement à des connaissances différentes. Mais personne n'en avait tiré des observations aussi surprenantes, parce que personne n'en avait tiré les conséquences pour déclarer ceci : *" ...un savoir est déterminé par une situation épistémologique, c'est-à-dire une organisation d'objets telle, que ce savoir ne pourra être attribué qu'à une seule des manières d'agir observables possibles et que tout autre savoir produirait des observables différents. "* (Brousseau 1995b)

La nouveauté radicale de cette affirmation de principe vient de ce qu'elle contredit notre connaissance première sur la question. Car la position de chacun dans les interactions quotidiennes est fondée sur le principe contraire. Nous considérons d'emblée que l'autre nous comprend et, tant que le contraire n'est pas avéré, nous lui attribuons notre propre interprétation des faits qui nous font agir en commun (Lafont, 1978, Chapitre III). Ainsi, nous pensons nous entendre parce que nous fonctionnons par sous-entendus : cela paraît étonnant, mais obéit au principe général d'économie de la pensée qui veut que nous travaillions d'emblée une question nouvelle sur l'hypothèse qu'elle relève d'un problème connu.

Bien que de nombreuses erreurs en soient aussi des conséquences et que tous les quiproquos en proviennent, ce *principe d'économie* épargne généralement de longs temps d'étude de la question ou de mise en place de l'interaction. Ce principe n'est devenu le principe premier d'une interaction humaine que parce qu'il est de loin le plus efficace dans la plupart des conditions ordinaires des interactions humaines : il donne le moyen de les initier d'emblée et, le cas

échéant, d'engager des processus de régulation, comme nous le verrons très bientôt dans le cas des interactions didactiques.

Car de fait, *un savoir n'est attribuable à une manière d'agir observable que dans la mesure où la situation dans laquelle cette manière d'agir est observée caractérise ce savoir.*

La question initiale de cette note se trouve ainsi dénoncée comme une question naïve, non problématisée. Mais sa naïveté ne doit pas nous faire oublier sa force questionnante et le mouvement d'étude qu'elle a produit. *Une situation (ou une classe de situations) caractéristique d'un savoir est donc par définition un descripteur de ce savoir.* Je propose ainsi une définition fonctionnelle pour une situation que je qualifierai comme *épistémique*, c'est-à-dire que cela peut aider à identifier une telle situation, s'il en existe. Mais pour autant cette définition ne saurait démontrer l'existence d'une situation caractéristique pour tout savoir ni même pour certains d'entre eux, ou nous aider à en produire une seule. Même, nous devons nous interroger sur le fait que des savoirs qui ne pourraient pas être décrits par une situation ou au moins une série de situations, échapperaient au questionnement que nous engageons puisque pour nous dorénavant, objet de savoir est équivalent à situation épistémique.

Il nous fallait donc donner un exemple de situation, pour montrer qu'il en existe au moins une et qu'elle traite du problème qui nous occupe : pour donner une première idée de ce qu'elles sont, exposer une première manière de les évoquer, et faire voir l'étendue de l'intervention possible de cet embryon de modèle ; c'est la fonction de l'histoire des additions de décimaux, dont je dois l'observation au travail de Leonard et Sackur (1981).

De l'épistémique au didactique, l'organisation de l'étude

Nous pouvons choisir de considérer la conversation téléphonique sur la somme de deux décimaux, évoquée ci dessus, comme l'ébauche d'un candidat acceptable au statut de " premier exemple d'une situation épistémique ". Certes, la réussite au problème 1 de l'interlocuteur supposé ne garantit aucun savoir sur les décimaux, mais la réussite au problème 2 laisse supposer au moins une fréquentation efficace du système métrique (puisque cette réussite suppose la réduction des deux nombres - ou des deux parties décimales - à la même sous-unité, centésimale).

La conversation téléphonique (qui interdit l'appel à une procédure écrite) et les deux problèmes posés successivement dans un tel cadre peuvent donc tester le rapport pratique de l'interlocuteur aux décimaux, validé par la double réussite, invalidé par le couple (réussite ; échec). C'est donc " une situation

pour ce savoir ” (le rapport pratique aux décimaux) mais ce n’en est pas une pour le savoir que nous voulions tester, sur l’addition des décimaux dans le cas général. L’analyse de la situation a consisté dans la description des stratégies d’action possibles, en vue d’identifier celles qui conduisent au succès de l’action et celles qui conduisent à son échec. Chacune des stratégies qui mènent au succès correspond à un savoir, attribuable au sujet qui agit avec succès.

L’ensemble des objets matériels et conceptuels mobilisés dans l’exécution de la stratégie gagnante constitue “ une situation pour ce savoir ”. Pour exister comme telle, *une situation épistémique demande une action et la possibilité de juger de son effet en termes de succès ou d’échec de l’action* ; une situation dans laquelle toute action serait couronnée de succès ne pourrait donc caractériser aucun savoir. C’est ainsi finalement qu’une situation peut être pensée comme un jeu où un joueur joue contre un ensemble structuré de règles et de moyens d’action (le milieu du jeu) qui appelle le déploiement d’une stratégie d’action dont le but est l’obtention d’un résultat (qui signe l’action réussie et le succès du joueur). D’un joueur qui réussit régulièrement on peut affirmer qu’il sait... jouer à ce jeu.

Le milieu des situations épistémiques et adidactiques

Le joueur mobilise un univers d’objets qui sont identifiés par les rapports qu’un humain peut entretenir à leur endroit : ce sont *des ostensifs*¹, parce que ces objets appellent ou rappellent ces rapports, qui semblent donc désignés par les objets. Ces rapports comprennent : a) en leur fondement, un univers de gestes de manipulation de ces objets, qui réalisent certains des rapports que les objets désignent : ce sont *des praxèmes*², parce que ces gestes sont des “ manières de faire ” relatives à ces objets ; b) associé à celui-ci, un univers d’associations ostensifs/praxèmes ; si l’on peut penser par anticipation, ces associations sont *des non-ostensifs*, parmi lesquels on trouve les notions ou concepts correspondant aux objets et à leur manipulation.

L’univers des ostensifs du jeu et des non ostensifs associés est *le milieu*³ de

1 Je renvoie le lecteur au mémoire de thèse de Bosch (1994) et aux articles de Bosch (1994b) et Chevallard (1994), qui étudient en particulier la dialectique ostensifs/non-ostensifs dans le cas de la proportionnalité et l’étendent aux pratiques mathématiques en général. Pour un usage dans le cadre des pratiques mathématiques du Collège et des élèves en difficulté, on se référera à Mercier (1995b ; 1995c).

2 Cette notion a été introduite, en un sens proche de celui de Lafont (1978) en linguistique, par Chevallard (1991b) et utilisée sous ma direction par Lerouxel (1995) dans son mémoire de DEA. Elle semble être le germe de la notion de praxéologie par laquelle Chevallard décrit aujourd’hui les savoirs.

3 Je pense que la définition de Brousseau n’a pas de réalité en dehors d’une action humaine et d’une situation institutionnelle. C’est tel qu’il est ainsi défini que le milieu est utile à l’analyse a priori, en permettant de dire ce qu’est le sens d’un savoir.

l'action du joueur dans le jeu : le milieu de l'action dans la situation pour un savoir décrit donc le sens du savoir à partir de l'ensemble des praxèmes qui peuvent être mobilisés pour la manipulation réglée des objets de la situation, c'est-à-dire, l'ensemble des rapports " normaux " d'un joueur à cette situation. Le sens du savoir vient alors de l'espace des stratégies possibles : c'est avec raison que le savoir est attribué à la réalisation de la stratégie gagnante, car son choix est choix d'un sens pour l'action, parmi d'autres qui ont été rejetés. Une situation épistémique n'a donc pas de réalité en dehors de l'action humaine de choix pratique qu'elle permet.

Remarquons maintenant que le milieu de l'action permet l'accord sur ce qui est à faire et le débat sur les manières de faire, il possède donc une dimension collective¹ : la normalité de l'action de jeu est portée par un groupe social, elle appartient à la culture de ce groupe comme une manière de pratiquer naturelle (parce qu'elle est, dans le lieu où la situation prend place, normale). *Ainsi, une situation épistémique ne prend effet que " dans le cadre d'une institution ".* Il n'y a pas de savoirs sans socialité ni mémoire, parce que la culture et la mémoire donnent les systèmes premiers de sous-entendus ou de préconstruits sur lesquels des savoirs peuvent se développer : les milieux pour les choix stratégiques.

Mais par ce fait, du point de vue de l'institution, il n'y a " jamais quelque chose à savoir " et symétriquement, du point de vue d'un sujet de l'institution, il n'y a " jamais rien à apprendre ", puisque les savoirs semblent se développer normalement sur le fonds de la culture et des préconstruits. C'est une sorte de paradoxe du didactique, dont l'outillage théorique présenté rend maintenant raison en un mot : une situation épistémique est une situation non-didactique, mais c'est par un effet de dénégaration du didactique venu de la routinisation de l'action conforme que mènent les sujets d'une institution. C'est un phénomène que j'ai identifié comme " la transparence du savoir " (Mercier, 1986) et qui pèse sur les analyses du didactique jusque dans les premiers travaux des didacticiens car pour lever la transparence, il faut des procédés révélateurs opacifient les objets que l'on cherche à observer.

Mais si d'une part l'institution dans laquelle est prise une situation épistémique est fondée par un enjeu didactique et si d'autre part l'un des savoirs définis par la situation est un enjeu actuel pour l'institution didactique, la situation épistémique porte l'enjeu didactique relatif à ce savoir. C'est une " situation adidactique " : *une situation épistémique non didactique prise dans un contrat didactique.* Cette définition de la notion centrale de la théorie des situations permet de séparer les notions de situation et d'adidacticité, dont j'ai montré l'intérêt dans la première section de cette note en reliant *adidacticité* et

¹ De ce fait, le milieu n'est pas absolument stable, puisque les savoirs nouveaux qu'il aide à produire le modifient.

didacticité. Bien sûr, une définition ne règle pas toutes les difficultés, qui se trouvent ici reportées sur les notions de didacticité d'une institution (qui transforme les situations épistémiques non didactiques en situations adidactiques), de didacticité d'un contrat institutionnel, qui commande aux relations interpersonnelles qu'elle organise pour certains de ses sujets, et d'adidacticité du rapport à un enjeu didactique.

La première distinction par laquelle la didacticité peut être décrite oppose didacticité à *instrumentalité* (Chevallard, 1988c) : la réussite d'une action éteint l'enjeu institutionnel qui la porte ; mais si la réussite d'une action instrumentale est dans son effet instrumental, la réussite d'une action didactique réside dans la possibilité de mobiliser l'instrumentalité c'est-à-dire, de produire un praxème auquel la valeur d'un savoir sera attribuée. La réussite instrumentale d'une action didactique offre certes un intérêt, puisqu'elle témoigne de la réussite didactique, mais cet intérêt n'est pas lié à l'efficacité instrumentale de l'action. C'est pourquoi dans une institution dont l'enjeu est instrumental, un sujet A peut demander à un autre sujet B la répétition de l'action autant de fois que son effet instrumental est recherché ; de ce fait, peu importe que B se défasse sur C. Bien sûr, A doit être légitime, dans cette demande faite à B ou à C, ce qui suppose qu'il donne quelque chose en échange ; et il est possible que $B = A$. Tandis que la demande didactique faite par un sujet A, dans le cadre d'une institution didactique où il est légitime, à un sujet B, est éteinte par la réussite instrumentale de B qui réalise l'enjeu didactique. Dans ce cas encore, il est possible que $B = A$. Enfin, A peut légitimement demander à C de réaliser devant B lui-même ce que B vient de faire : c'est même un geste didactique caractéristique. Trois conséquences remarquables peuvent être tirées des particularités des institutions didactiques. Elles ne permettent pas le retour en arrière et par exemple, la réussite de B marque son progrès ; les institutions didactiques produisent un temps spécifique. Leurs sujets sont interpellés personnellement par les demandes qui leur sont faites, ils ne peuvent donc s'y soustraire. Les institutions didactiques traitent également chacun de leurs sujets dans la position de B.

Ces caractères particuliers des relations entre le professeur (dans la position de A) et les élèves (dans la position de B) dans les institutions didactiques, s'éprouvent dès l'entrée en Petite Section de l'école maternelle (Garcion-Vautor, 1995) et fondent tout contrat didactique.

Dans le cadre d'une institution didactique, une situation épistémique caractéristique d'un savoir et le contrat didactique relatif à cette situation définissent *un milieu didactique pour l'action* demandée à l'élève. Le terme de " adidacticité " a été choisi pour marquer à la fois le fait que *la situation épistémique est non didactique* et que un " *enjeu didactique* " à l'action de l'élève *y est importé* par la présence du contrat didactique c'est-à-dire, de l'institution

et des manières qui lui sont propres. Ce sont celles-ci qu'il nous faut maintenant définir.

La production institutionnelle d'ignorance

Comment se forme l'enjeu didactique ? En quoi consiste le contrat ? Les investigations actuelles ont amené certains chercheurs à aller rechercher des formes primitives de relations didactiques jusque du côté de la petite enfance (Schubauer-Leoni & alii, en préparation). Elles ont pu montrer comment le "savoir s'habiller, en dernière année de crèche, en Suisse romande" pouvait être enseigné à l'occasion de certaines séances d'habillage, au cours d'une mise en scène qui comprend la préparation des vêtements présentés à l'enfant¹. Les enfants de la crèche se voient un jour proposer, d'une manière très clairement organisée à cet effet, une réduction manifeste de l'aide qu'ils reçoivent d'ordinaire ; le défi qui leur est ainsi proposé en forme de jeu va les enrôler dans une activité qui va réussir et cette réussite leur sera imputée entièrement, avec la valeur de "comme un grand" qui marque un pas supplémentaire dans la conquête du monde par l'enfant. Ou encore, les élèves de maternelle se voient un jour interdire d'aller coller "parce que maintenant les pièces qu'ils collent tiennent, tandis qu'ils n'ont pas encore dessiné avec le pinceau, à l'autre atelier". Par quoi ils apprennent que les injonctions d'agir posées à l'école n'ont pas un enjeu instrumental et qu'ils sont interpellés en personne par l'injonction du faire scolaire, puisque l'on arrête de faire dès que l'on réussit l'action et que chacun doit faire à son tour ce que d'autres ont déjà fait.

Cependant, les élèves rencontrent l'occasion d'apprendre bien d'autres choses que ce qui leur est enseigné nommément². La question a été présentée dans la première section de cette note, mais dans la mesure où elle constitue l'objet même interrogé par ma thèse, je cherche ici à retrouver sa nécessité originelle³. L'approche de cette question se fonde sur l'idée double suivante : premièrement, la connaissance qu'un sujet forme à propos d'un objet peut se décrire comme le rapport de ce sujet à cet objet (cela est connu) ; deuxièmement, *les objets sont donnés aux sujets par des institutions*, c'est-à-dire par

1 Garcion-Vautor (1995) a montré comment "l'atelier collage, en petite section de maternelle, en France", devenait en un mois une activité sous contrat.

2 Quand bien même cet enseignement serait constitué d'une suite de situations didactiques. Une telle suite est nécessaire à la production d'un objet de savoir dépersonnalisé, décontextualisé, désyncrétisé, qui soit par la même occasion validé dans sa cohérence avec les savoirs connus et dans sa consistance face aux problèmes réels, et finalement institué en objet culturel (ou, selon le néologisme en vigueur, institutionnalisé). Mais même dans ces conditions, les élèves apprennent aussi bien d'autres choses que celles qui leur sont enseignées.

3 Elle provient du travail mené par Chevallard dans les années 80, au terme duquel il proposera une approche écologique des phénomènes liés à la transposition.

des organisations sociales qui norment les rapports des sujets aux objets, en définissant leurs usages conformes au moyen d'une forme particulière de microphysique du pouvoir semblable à celles qu'a étudiées Foucault (1970) dans d'autres institutions.

La question des apprentissages invisibles interroge la microphysique des pouvoirs scolaires pour en rechercher les effets d'apprentissage : c'est que les rapports des élèves aux objets doivent changer lorsque les rapports de l'institution à ces objets changent, ce qui peut arriver chaque fois que l'introduction d'un nouvel objet d'enseignement déséquilibre l'organisation existante et qu'une nouvelle organisation s'empare d'objets anciens pour les faire entrer dans une nouvelle vie. Cette recherche d'un rapport personnel adapté à la nouvelle organisation institutionnelle, *le travail de l'idonéité du rapport personnel au rapport institutionnel nouveau*, peut aboutir ou échouer mais reste à la charge de l'élève, aidé ou empêché par un fonctionnement de l'institution qui est en général silencieux sur ce point (je l'ai nommé insensible). On pose donc ainsi l'existence de micro situations non didactiques involontairement créées au cœur même des institutions didactiques, je les ai nommées par leur effet *des productions institutionnelles d'ignorance*. Cela m'a permis d'éviter de sur-interpréter les épisodes au cours desquels un élève pouvait rencontrer son ignorance (son rapport non idoine à un objet du milieu de l'action qui lui est demandée), ce que j'aurais fait en pensant ou écrivant que ces épisodes pourraient être considérés comme des micro situations adidactiques, à l'image des situations adidactiques relatives à un enjeu déclaré que le professeur produit explicitement.

Les épisodes au cours desquels *un élève rencontre son ignorance* ne comportent en général pas les moyens pour que l'élève puisse dépasser celle-ci. Parce que la production institutionnelle d'ignorance et la rencontre personnelle de leur ignorance par les différents élèves d'une classe de mathématiques ne donnent lieu à apprentissages que si chacun des élèves interprète l'ignorance qu'il éprouve comme un fait exprès de l'action enseignante que le professeur mène à son intention, et si chaque élève s'engage donc dans un épisode (auto)didactique personnel qui fera événement pour lui, s'il réussit, en devenant un épisode de sa biographie didactique¹. Un élève rencontre ainsi de multiples occasions de participer à son propre enseignement, bien que peu d'entre elles aboutissent. La question est le plus souvent traitée d'un mot, qui est si prégnant qu'il finirait par faire boutade : " face à l'intention d'enseigner du professeur, l'élève doit porter l'intention d'apprendre et pour apprendre, de s'enseigner à lui-même " (Mercier, 1992). L'omniprésence de " l'intention "

1 Chaque élève rencontre ainsi de multiples occasions de participer à son propre enseignement et sur cette base, certains élèves peuvent même s'engager dans un enseignement à d'autres élèves (Mercier, 1998a ; 1998b ; Sensevy, 1997), s'ils ont la bénédiction du professeur.

de tous, ressentie comme nécessaire à la réussite didactique, amène en effet à prêter beaucoup trop à l'action volontaire - pour ne pas dire, intentionnelle - des sujets de l'institution et de l'institution elle-même : je sais gré à Jean Portugais (1998) d'avoir mis le doigt sur ce point. *L'appel à la notion d'intention peut pourtant signer notre ignorance des processus instituants effectifs*, et l'irruption incontrôlée d'une psychologie du quotidien dans le discours didactique (qui aurait dû en être protégé par l'étude des règles implicites du contrat didactique).

L'attribution réciproque d'intention ou de sens est un des moteurs des interactions sociales, parce qu'elle induit les interprétations et les réponses sur lesquelles chacun des sujets pris dans l'interaction construit un espace de significations - qui paraît commun tant que la poursuite de l'interaction ne le dénonce pas comme factice. L'attribution d'intention permet (lorsqu'elle réussit c'est-à-dire lorsqu'elle aide à anticiper l'action que l'autre développe) de lui donner un sens et, ce faisant, de penser l'autre comme un autre soi-même. En première approche, le phénomène se démontre mieux dans le cas de l'attribution de sens à une locution ou à un terme du lexique : ainsi, un enfant peut croire longtemps que lorsqu'on lui nettoie les oreilles pour les débarrasser des petits bouchons jaunes que ramassent les cotons enroulés sur une allumette, on le débarrasse de la "cire humaine"... et ce n'est qu'en voyant pour la première fois le terme de "cérumen" écrit en toutes lettres par quelqu'un qui sait l'orthographe, qu'il a compris ce terme médical un peu savant venu, par le latin médiéval, de *cera* (c'est bien la cire !) ; de même, ils sont nombreux à écrire : untel était sensé travailler... "sensé" désignant sans doute ici pour eux une attribution rationnelle d'activité laborieuse, tandis que l'expression juste signifie réputé et vient du latin *censere*, évaluer la fortune (c'est l'objet du recensement), attribuer (une valeur), juger : seule, la faute d'orthographe dénonce le quiproquo. Car l'usage peut demeurer pertinent, n'étant pas réglé par le sens formel de l'expression mais par les situations d'emploi qui lui sont usuellement associées - en serait-il autrement que l'erreur unanime changerait bientôt le sens commun.

Pourtant, ces attributions d'intention ou de sens au geste de l'autre ne doivent pas nous induire à penser que l'autre a volontairement mis un sens dans ce geste ni même qu'il l'a réalisé dans une intention identifiable. Le réflexe par lequel on retire sa main d'un objet brûlant reste un réflexe lorsqu'il est interprété par l'observateur qui ne connaît la brûlure ressentie qu'à travers le geste auquel il attribue ce sens. Je considère qu'il en va ainsi dans le cas des situations épistémiques qui se trouvent prises dans un contrat didactique (les situations adidactiques) comme dans le cas de rencontre d'une ignorance institutionnelle au cours d'un épisode occasionnel : *l'action interprétée par l'élève comme l'action attendue par le professeur est en fait l'action que l'élève juge*

possible. Ce qui pourrait engager en retour le professeur à *proposer aux élèves d'agir dans des situations où il estime que l'action la plus probable est l'action qu'il attend*, pour interpréter ensuite, dans un aveuglement fonctionnel, que cette action manifeste l'appropriation volontaire, par l'élève, du sens de la situation d'action. Je travaillerai au contraire sous l'hypothèse la plus ouverte, en considérant que l'intention didactique est attribuée à l'autre de la relation didactique comme le moyen d'interpréter les actes qu'il produit et de les comprendre comme des gestes d'enseignement ou d'apprentissage : l'attribution d'intention didactique à l'autre est donc sans doute le premier élément qui manifeste l'existence d'un contrat didactique. Alors, l'ignorance institutionnelle rencontrée personnellement par des élèves peut produire, à l'insu même du professeur, des épisodes didactiques pour ces élèves.

L'étude et l'organisation de l'étude

Je peux dire maintenant combien la notion d'ignorance, en nommant le rapport d'un sujet (un élève) à une situation épistémique qui fait problème pour lui parce qu'il ne dispose pas du savoir que la situation caractérise, m'a aidé à dégager la notion d'adidacticité de la notion de situation adidactique, pour en trouver un usage plus vaste (Mercier, 1998a) : nommer les conditions favorables au dépassement de l'ignorance produite par une situation problématique. Ces conditions sont celles-là même que donne la théorie des situations didactiques pour les situations adidactiques, mais la notion d'adidacticité dans le rapport à la situation (dans le cas d'un savoir enseigné et d'une classe) ou dans le rapport à l'épisode (dans le cas d'un savoir implicite et d'un élève particulier) désigne à l'attention l'existence de ces conditions.

Les conditions du dépassement de l'ignorance

Je ne reprendrai pas ici en détail la théorie des situations, elle est connue, les textes fondateurs sont disponibles, et j'ai longuement exposé dans la première section de cette note sa position centrale dans tout questionnement didactique. Aussi, la seule condition que j'en citerai est *spécifique de toute injonction didactique*, elle a trait à la possibilité offerte à l'élève, de recommencer tant qu'il n'a pas réussi, et dans l'injonction corollaire d'agir même s'il ne peut garantir la réussite parce qu'il ne dispose pas des savoirs nécessaires. C'est la possibilité, pour le professeur, de tenir cette injonction qui oblige l'élève à interpréter l'exigence du professeur comme l'effet d'une intention tout à fait particulière, qui se réalisera avec la réussite de l'action - interprétés comme un apprentissage.

La confiance dans l'institution qui propose avec insistance de telles manières d'agir (elles deviendront en principe des habitudes) suppose donc, d'abord,

que l'institution - en la personne du professeur - puisse garantir à terme le succès - quitte à aider directement l'action ou à transformer le problème initial en problème connu - et ensuite, que l'institution puisse déléguer à l'élève l'évaluation de la réussite de l'action qu'il répète pour apprendre (c'est le sens souvent perdu d'un geste didactique essentiel, l'exercice). Où l'on voit comment *chacun des sujets de l'institution définit sa manière d'occuper la position qui lui est attribuée*, dans une interaction que Brousseau (1995a) a décrit comme *la recherche d'un contrat* et qui est un processus de *régulation* (Bonniol, 1989).

Ainsi, du contrôle réciproque, exercé par les sujets institutionnels sur le milieu d'une situation adidactique, au glissement métacognitif et aux autres effets de contrat, il n'y a qu'un pas. Il semblerait qu'il dépende des acteurs institutionnels et de leurs intentions, mais l'analyse développée à l'aide de l'appareillage théorique que je viens d'exposer montre plutôt que ce sont les propriétés du contrat permis par la situation épistémique qui pèsent le plus lourdement sur l'évolution d'une relation didactique où un contrat se cherche. C'est ainsi que j'interprète l'insistance de Brousseau à chercher des situations fondamentales pour les savoirs mathématiques élémentaires, à considérer que le cœur de la recherche en didactique se trouve défini par cette activité et à penser que ce travail doit être considéré comme partie prenante du travail de production mathématique. C'est pour moi une insistance sur ce qu'il sait être la clé de toute réussite pratique des travaux en didactique d'une discipline, quelle qu'elle soit. C'est ainsi que j'interprète l'insistance de Chevallard à fonder son travail théorique sur une écologie des savoirs. Les liens des études didactiques aux travaux sur les organisations de savoirs et les situations qui peuvent les porter ne sont pas formels, mais ils sont à leur manière tout aussi constitutifs de la didactique que les mathématiques contemporaines sont constitutives de la physique moderne : mais pour autant, même si les physiciens ont une solide formation mathématique, ce ne sont pas simplement des "mathématiciens en mathématiques appliquées". De même, le travail mathématique en didactique doit être commandé par le questionnement didactique, qui propose les conditions que doivent satisfaire ces organisations mathématiques particulières que sont *les situations épistémiques propres à un usage didactique*. Le travail de production de ces organisations de savoirs a été identifié comme la "transposition didactique" des savoirs. Nous en connaissons maintenant la nécessité.

Le phénomène de transposition didactique permet de résoudre le premier et principal paradoxe didactique "Comment pourrait-on faire savoir quelque chose à quelqu'un qui ne connaît encore rien ?" C'est pour cette raison qu'une situation épistémique qui a été historiquement décisive ne peut pourtant pas être utilisée aux fins d'enseignement : le problème qu'elle pose ne fait

problème que pour qui entretient le même rapport aux objets du milieu que l'inventeur premier du savoir. S'il était impossible de trouver des conditions plus favorables que celles-ci, le coût de l'apprentissage d'une notion ne pourrait être abaissé, d'une génération à l'autre : c'est ce que le succès de l'école contredit tous les jours, contre les croyances à l'excellence des enseignements de maître à disciple.

Mais, dans la mesure où j'ai posé comme principe qu'un savoir était décrit par la situation qui le caractérise, comment puis-je rendre compte de la permanence d'un savoir dans le procès de transposition ? Je dirai d'abord, en forme d'introduction, que cette permanence n'est pas garantie par avance et que seule l'observation patiente des phénomènes que l'on peut entrevoir ici apportera quelques lumières à la question : l'*effet Topaze* ou le *glissement métacognitif* montrent que la réponse est parfois " qu'il n'y a pas conservation de l'objet ". Le temps d'une description argumentée des formes du rapport humain aux objets du monde, tels que l'on peut les observer, semble donc venu.

L'attribution de savoir

Seule l'enquête anthropologique donne accès aux systèmes de gestes qui constituent une technique. Le premier mouvement d'étonnement devant la diversité surprenante des techniques observables (comme, par exemple, c'est le cas pour les manières de transporter, dans la rue, un tout jeune bébé) produit des tentatives de collecte exhaustive, qui caractérisent les premières explorations d'un nouveau domaine. Les tentatives de classification viennent ensuite, lorsqu'il devient indispensable d'organiser en collections le bric à brac des trouvailles. Les premières théories correspondent bientôt aux premières listes dont les rapprochements sont argumentés ; l'attribution de noms aux classes qui émergent favorise à la fois les débats d'appartenance, aux frontières, et la stabilisation de la classification, dans ses classes : inscrite dans la langue, elle devient bientôt " naturelle ". Ce phénomène a pu être observé " en temps réel " dans le cadre d'un enseignement sur les problèmes de classification selon plusieurs critères qualitatifs (Orus-Baguena, 1992). La plupart des classifications réelles se situent en effet dans la zone intermédiaire entre les extrêmes que sont la relation d'ordre total (un seul objet par classe, tous les objets étant absolument distincts ; la ressemblance est alors une relation de proximité) et la relation d'équivalence (plusieurs objets par classe, tous les objets semblables étant regroupés ; aucune ressemblance entre deux classes distinctes). L'observation des classifications produites par des acteurs en situation montre la nature sociale, conventionnelle, des premières organisations d'objets tombant sous une même désignation.

Il en va de même pour les savoirs. Lorsqu'ils sont socialement identifiés, leurs noms désignent des classes d'objets qui varient selon les institutions, bien qu'une négociation sociale inter-institutionnelle (que je ne décrirai pas faute

de l'avoir étudiée) révisé en permanence leur extension et leur organisation dans la culture : l'extension - le domaine de pertinence - des concepts et l'organisation - les rapports de dépendance - entre les énoncés qui les utilisent. Lorsqu'ils ne sont pas identifiés (par exemple, parce que leur transmission ne fait pas problème et qu'aucune école ne se propose de les diffuser), les regroupements ne produisent pas une organisation théorique mais des organisations pratiques sociales, dont l'usage fait seul référence.

Ainsi, l'attribution du nom d'un savoir à une stratégie d'action observée dans un contexte scolaire peut toujours être dénoncée comme un " Effet Jourdain ", une attribution de savoir induite. Seule l'analyse épistémologique des situations d'usage et d'enseignement des savoirs peut donner - à la société en général et aux producteurs de savoir en particulier - les éléments d'un contrôle technique des savoirs enseignés. Seule, cette analyse peut donner, aux agents du système d'enseignement, des éléments techniques pouvant *rendre compte des choix* qu'ils se proposent de faire ; mais la réussite sociale de la théorie des situations dans cette fonction suppose à la fois que l'organisation de l'enseignement devienne relativement autonome des champs de production des savoirs et que la production de savoirs d'enseignement soit considérée comme un acte de production savante. Ces deux exigences sont en fait complémentaires, mais nécessitent une institution capable de les porter ensemble, ce qui - dans le cas qui nous intéresse - n'est pas le fait de l'institution mathématique, aujourd'hui.

Les organisations didactiques de savoirs

Faute d'une épistémologie sociale reconnaissant la présence dense du didactique, ce qui aiderait à reconnaître l'autonomie relative du didactique dans les institutions qui portent pour la société le dessein de reproduire les rapports humains au monde, l'attribution scolaire de savoir apparaît aux aristocrates du savoir comme une forme scolaire de l'effet Jourdain, une attribution de réussite qui serait une attribution induite. Et le travail du transfert des savoirs aux situations qu'il instrumente dans les institutions de production reste de l'ordre aléatoire des compétences personnelles de tel ou telle. Car *l'attribution de réussite didactique est une nécessité interne de toute direction d'étude*, dans la mesure où la confiance dans l'institution et la foi dans l'effet du contrat didactique ne s'établissent et se maintiennent que par l'épreuve chaque fois renouvelée de la réussite didactique de l'action d'étude engagée par l'élève (Mercier, à paraître en 2000). Or, cette nécessité est manifestement l'élément clé de la production d'un temps didactique, de la production de l'espace didactique pour les élèves, et de toute transposition didactique.

L'écologie institutionnelle des savoirs

Le processus de transposition didactique n'est pas de nos jours sous le contrôle technique d'un groupe de praticiens spécialisés, mais sous le regard aléatoirement critique des producteurs légitimes de savoir (en mathématiques, ce sont des savants ; en réparation navale, ce sont des ingénieurs et des ouvriers ; en ostréiculture, ce sont des biologistes et des techniciens ; etc.). De ce fait, étant donné que les rapports sociaux au monde didactique sont pré techniques, la transposition didactique est un phénomène qui demeure socialement inconscient, pour que les inventeurs d'une organisation de savoirs (qui, dans leur institution, sont les praticiens de ces savoirs) ne dénoncent pas la substitution d'objet dont l'école se rend coupable. Car celle-ci propose aux élèves des situations transposées dans lesquelles les producteurs de savoir ne reconnaissent plus leurs produits, parce que les problèmes que le savoir résout sont tout autres dans la situation de production et dans l'organisation didactique pour sa reproduction¹.

La fonction de la noosphère est ainsi définie : elle représente aux producteurs de mathématiques des organisations qu'ils reconnaissent. Elle présente aux enseignants ces mêmes organisations, qui doivent leur sembler enseignables : aux extrémités de la chaîne chacun se trouve alors désintéressé des mains sables de l'autre ; mais les organisations noosphériques ne correspondent pas plus aux organisations savantes professionnelles qu'aux organisations didactiques. Il s'en faut de beaucoup et c'est le travail du professeur qui transformera ces objets intermédiaires en objets enseignés, s'il est possible : cela suppose que ces objets puissent s'intégrer dans une organisation didactique forte, qui donnera de nombreuses occasions au travail de l'idonéité, en mobilisant les nombreux objets de son environnement et en instrumentant l'étude de nombreux objets enseignés (Rajoson, 1988).

C'est ainsi qu'une organisation écologique des savoirs scolaires fortement structurée permet l'apprentissage des systèmes de rapports au monde que sont les *disciplines d'enseignement*, malgré la contrainte de mise en texte des savoirs qui semblait ne proposer qu'une progression didactique linéaire incompatible avec l'idée que les savoirs ne vivent que par les situations où ils donnent une stratégie d'action efficace. Tel est le résultat didactique essentiel auquel aboutissent les recherches didactiques que j'ai menées : *l'efficacité d'une organisation didactique faible tient à la structuration solide de l'organisation épistémique qui la fonde*. Cette organisation épistémique est traditionnellement identifiée comme *une discipline*, selon une dénomination qui nous paraît

1 Ainsi, dans l'exemple princeps étudié par Chevallard et Johsua (1982), la notion de distance est inventée par Fréchet pour donner une mesure de la ressemblance de deux fonctions différentes, tandis que dans l'enseignement actuel de la classe de Seconde, la distance de deux points est la mesure de l'espace qui sépare des objets identiques.

juste dès lors que nous avons identifié la pertinence du travail noosphérique qui transforme tout projet d'enseignement en discipline scolaire : une discipline est un objet d'enseignement robuste, certes, peu fiable, mais relativement efficace dès que l'on considère son faible coût de production et d'usage.

La recherche d'une meilleure efficacité du système d'enseignement passe donc peut-être par la recherche d'organisations didactiques plus fortes, capables de s'appuyer sur des organisations épistémologiques plus souples, plus vives, telles que les propose la recherche des situations fondamentales pour un savoir. Prise en ce sens, la théorie des situations est un guide du questionnement épistémologique, parce qu'elle donne à la fois une méthode d'enquête anthropologique sur les savoirs et une méthode de validation expérimentale des analyses épistémologiques produites au terme des enquêtes. Mais c'est le travail de questionnement des présupposés de la théorie qu'a mené Chevallard qui a sans aucun doute permis l'élargissement des pratiques de recherche au questionnement anthropologique et qui, avec les concepts de transposition, puis d'organisation écologique des objets de savoir et enfin de système de praxèmes (nous y viendrons), a donné les objets théoriques capables d'outiller ce questionnement dans les domaines que l'exploration pionnière de Brousseau n'avait pas viabilisés. Cela dit, on peut remarquer que la compatibilité du questionnement élargi avec la problématisation initiale n'est pas, pour l'instant, démontrée.

La force inconsciente de la raison pratique

Car c'est sans doute en ce point précis que les questionnements didactiques s'approchent des questionnements anthropologiques. En particulier, parce que la question du milieu des situations pose la question des objets de l'action pratique qu'il s'agit toujours d'apprendre à mener selon des stratégies identifiables, socialement partageables et validables. Mais si les didacticiens des mathématiques ont commencé à nourrir leur travail des avancées de l'anthropologie, il faut reconnaître que leur fonctionnement a jusqu'ici été provincial et que leurs résultats ne sont ni connus ni discutés par les anthropologues ou les sociologues¹ : c'est pourtant à mon avis une situation qui ne peut durer trop longtemps sans dommages, car elle correspond à une faiblesse du contrôle épistémologique sur une dimension cruciale de notre activité de recherche. C'est pourquoi je me propose ici d'indiquer quelques pistes en ce sens - dont je dois cependant dire que le plus souvent, seul l'embranchement sera balisé.

1 Il faut reconnaître que, comme Chevallard le remarquait dans la postface à la réédition de *La transposition didactique*, la réduction de sa construction à ce qu'en avait écrit Verret - alors que Verret lui-même ne faisait aucun emploi d'une idée qu'il n'avait pas développée - a engagé certains didacticiens à ne plus faire référence aux sources externes de leur théorisation et à s'enfermer dans leur province.

La première piste tient à une injonction paradoxale qui s'exprime le plus souvent sous la forme de deux critiques contradictoires souvent faites aux écoles : les écoles, coupées de " la vie ", légitimeraient la reproduction de " la noblesse d'état " ou bien, elles aideraient à l'extension aliénante d'un " spectacle technologique ".

- D'un côté, les écoles n'enseigneraient que des savoirs formels si inutiles qu'il faudrait aller chercher ailleurs le motif de leur extension presque universelle : ce serait la formation de l'ensemble des habitus sociaux qui fondent la reproduction des asservissements intellectuels, affectifs et physiques, par la soumission à une violence symbolique primitive. En un mot, l'école produirait l'incorporation d'une discipline au moyen de la fréquentation des disciplines. Cet " appareil idéologique " transmettrait ainsi les héritages culturels de telle manière, qu'au terme de son intervention, le pouvoir politique et le pouvoir économique paraîtraient légitimement attribués à leurs héritiers, drapés dans les attributs du savoir.

- Mais de l'autre côté, les écoles n'enseigneraient que des manières de penser et de faire si éloignées de toute pratique effective qu'il faudrait aller chercher le motif de leur extension dans l'aliénation universelle qu'elles installeraient, soutenant ainsi un processus de bureaucratisation généralisée des rapports humains au monde. Et certaines études anthropologiques ne voient dans ces " appareils bureaucratiques " qu'un moyen de dessaisissement des savoirs expérientiels produits par l'action dans le monde. Les écoles justifieraient ainsi le développement sans contrôle de toutes les technologies par lesquelles le rapport au monde se déréalise.

Ces deux critiques, qui semblent se rejoindre parce qu'elles appartiennent toutes deux à des positions contestataires radicales sur l'organisation hiérarchique des sociétés " bureaucratiques occidentales ", sont pourtant contradictoires, dans la mesure où l'une affirme que l'école coupe du réel et l'autre qu'elle donne accès au pouvoir. A moins que le pouvoir ne porte que sur les organisations humaines et que le réel ne soit constitué que des organisations matérielles... Il faut donc admettre qu'elles portent toutes deux une part de vérité, ce qui en dénonce dans les deux cas le radicalisme réducteur. Et j'ai pu montrer en effet (Mercier, 1992) que l'école produisait non seulement l'apprentissage de savoirs disciplinaires qu'il est aisé de nommer mais avec ces savoirs, qu'elle donnait une connaissance identifiable de certaines des situations d'usage de ces savoirs.

C'est ainsi que j'ai écrit qu'*il était impossible de séparer a priori les savoirs des élèves relatifs aux mathématiques de leurs savoirs relatifs au contrat didactique ou au milieu de l'action par lequel ils avaient eu accès aux savoirs mathématiques* : cette séparation ne pouvait être obtenue que par un long et difficile processus d'étude, qui ne pouvait être mené complètement que sous

des conditions didactiques rares (la suite des situations adidactiques pour ces savoirs en est une description) et sous des conditions épistémologiques draconiennes (la constitution de ces savoirs en discipline)¹. Alors, une école transmet bien des “ raisons pratiques ” associées aux “ savoirs théoriques ” explicites qui sont les objets officiels de l’enseignement. Mais les savoirs pratiques ne sont pas mieux reconnus dans le monde scolaire que dans le monde de l’action matérielle et dans les deux lieux chacun l’affirme haut et fort : “ il n’y a rien à dire, ça s’apprend pas ce boulot là ”, tout en commentant “ tu vis là dedans, ça se fait tout seul ” et “ l’expérience, t’as jamais fini d’apprendre ” (Delbos & Jorion, 1984). Les observations de la biographie didactique des élèves l’ont montré : le savoir est d’abord *rapport à l’ignorance produite par une situation*, lorsque la connaissance du milieu de la situation permet de développer une stratégie d’action. Le savoir qu’est une stratégie d’action est donc lié aux conditions de mobilisation de cette stratégie comme organisation de praxèmes², et ces praxèmes se transmettent par les procédés ordinaires du frayage parce qu’ils sont commandés par des configurations particulières d’objets (Conein, Dodier, Thévenot, 1993).

Mais ces savoirs sont institutionnellement transparents, c’est-à-dire que les institutions - où ils vivent pourtant - ne les connaissent pas pour ce qu’ils sont : *le milieu de l’action doit être naturalisé* pour que la conduite des actions partielles soit routinière et que l’évaluation des effets de la stratégie qui a été jugée pertinente puisse donner immédiatement des décisions pouvant orienter l’activité, sans même que l’acteur puisse en rendre compte. C’est le mécanisme de la dénégation du didactique.

La deuxième piste dont je baliserai l’entrée tient à *la conversion didactique des habitus sociaux*, qui est le processus inverse de celui que je viens de décrire rapidement dans la mesure où l’adéquation scolaire et même, didactique, de certains habitus sociaux les rend aisément disponibles dans l’espace scolaire. C’est par exemple le cas avec les pratiques sociales de l’écrit, ainsi que l’a montré le sociologue Bernard Lahire. Il a travaillé dans un premier temps sur

1 Ainsi, dans la seconde partie de cette note j’ai repris du début l’exposé d’une théorisation didactique ; cependant cet exposé suppose, pour être lu, la connaissance didactique exposée dans la première partie. Pour en connaître le sens, on ne peut séparer le savoir qu’il contient de cette connaissance première, sur laquelle il se fonde et qu’en principe il synthétise.

2 Ils peuvent être analysés de l’un des points de vue développés par les sciences humaines sur la pensée - sauvage, rationnelle, institutionnelle, technologiquement et théoriquement instrumentée -, du point de vue cognitif dans une théorie individuelle ou sociale de l’action, du point de vue ergonomique dans une théorie du didactique ou des institutions ; dès lors ils n’appartiennent plus en propre au didacticien. Ils apparaissent comme des schèmes ou des habitus comportant des réflexes, des procédures, des évaluations de coût, des jugements de pertinence, des attributions de valeur, etc. (Johsua, 1998).

les rapports scolaires à l'écrit (Lahire, 1993), avant d'enquêter sur les rapports sociaux aux pratiques d'écriture et d'interroger l'adéquation de ces dernières aux premiers (Lahire, 1997). Sans doute, sa position de sociologue l'a-t-elle engagé à s'arrêter au moment où la configuration - le tableau de famille brossé du point de vue d'un enfant particulier - montre sa corrélation avec le trajet - le tableau scolaire de cet enfant - sans pour autant que l'on puisse savoir le poids des formes scolaires particulières à telle école, à tel professeur, à telle discipline, dans la formation de rapports scolaires particuliers et dans la manière dont ces rapports s'avéreront ou non déterminants dans le trajet de tel élève. Car inversement, étant donnés les phénomènes de clivage d'objet dont j'ai pu commencer à montrer l'économie didactique et le poids dans les inerties comportementales de certains élèves, la formation scolaire d'habitus pourrait bien s'avérer, en retour, d'autant plus déterminante dans la formation de la biographie sociale ou affective d'un élève que pour un élève, la séparation des deux domaines où ses activités se déploient n'est pas certaine.

Une troisième piste tient à la nature des savoirs pouvant donner lieu à un travail didactique, elle est explorée par les didacticiens des mathématiques ou de tout autre savoir qui œuvrent dans le sens proposé actuellement par Chevallard, je me contenterai donc d'en signaler l'existence. C'est en ce point qu'il devient intéressant de nommer ce travail indépendamment de la manière dont l'un des acteurs l'engage (en enseignant) et dont l'autre la réussit (en apprenant), puisque l'engagement de l'un ne garantit pas le résultat pour l'autre. Le terme d'*étude* fait justement le lien entre l'enseigné et l'apprenant, en désignant l'activité propre de l'élève qui cherche à apprivoiser une construction sociale efficace et pour cela, s'exerce pour instrumenter son action en étudiant cette œuvre. L'investissement d'une œuvre particulière peut ouvrir à l'élève qui le réalise une voie que nul autre n'aurait pu s'ouvrir.

La quatrième piste, dont j'évoque seulement l'existence possible, tient à la valeur formatrice et éducative de l'étude des disciplines scolaires. C'est une question d'autant plus délicate, que les termes mêmes de formation et d'éducation sont trop souvent les armes du combat contre des savoirs presque obsolètes. Je pense cependant que le lien d'un savoir à une classe de situations caractéristiques peut être enseigné, et qu'il relève de la capacité de juger a priori de la pertinence d'une stratégie, et de la capacité de juger de la valeur relative d'une stratégie pertinente donnée, parmi d'autres.

De l'écologie des savoirs aux organisations pour l'étude

Nul ne doute vraiment de l'existence de plusieurs hiérarchies qui organisent les savoirs. Il y a d'abord une hiérarchie interne des savoirs, elle est complexe et change avec les reconstructions venues du travail des fondements, comme l'a montré la "réforme des mathématiques modernes" dans les années soixante dix. Certains savoirs sont puissants, ils permettent une grande économie de pensée, comme l'algébrisation cartésienne de la géométrie ; certains sont fondamentaux, ils permettent de poser des questions qui échappent à d'autres, comme l'idée selon laquelle le postulat d'Euclide n'est qu'un axiome et qu'on peut imaginer des géométries non euclidiennes ; d'autres sont anecdotiques, comme le théorème " $384702 \times 74953 = 28834569006$ " ou encore, ils sont communs " $2 \times 2 = 4$ " même s'ils peuvent servir à poser une question rarement formulée, à l'école " $2 \times 2 = 2 + 2$, est-ce le seul cas d'égalité de la somme et du produit de deux nombres ?". Il existe des hiérarchies externes des savoirs, venues de leur légitimité ou de leur pertinence sociale. Certains outillent des actions qui engagent la survie des individus, du groupe, de l'espèce comme la médecine ; d'autres outillent des actions très valorisées, qui tiennent au pouvoir, comme le droit dont les lieux de production et d'enseignement sont en bonne place dans les centres de décision. Il existe des hiérarchies cognitives - dont certaines semblent venues d'une épistémologie qui décalque le social sans l'interroger - entre les savoirs instrumentés (se brosser les dents, planter deux clous, répondre 56 à la question 7×8) et les savoirs déclarés (le produit de trois entiers successifs augmenté de leur moyenne est un cube), les savoirs formels (les énoncés de la langue française sont composés de mots) et enfin, les savoirs sur les conditions d'usage de ces savoirs "J'ai 9 ans et mon petit frère 6, notre papa a 54 ans, mais ce n'est pas parce que $6 \times 9 = 54$ ", etc. Cette liste en forme de bric à brac vise à montrer la multiplicité des critères de classification possibles.

Mais quelle que soit leur position dans une hiérarchie, je considère par principe que *tous les savoirs sont descriptibles par la situation qui les caractérise*. La voyance propose un savoir sur l'avenir dont l'utilité ne fait aucun doute pour un choix engageant sa vie sur un long terme, et la prédictibilité des événements physiques est a priori tout aussi utile. Cette dernière permet en effet, par exemple, de décider ou non de rouler sur une autoroute à 36m/s et à 20m du véhicule qui précède. Mais la physique et la voyance ne relèvent pas de la même classe de situations ; car le jugement sur l'inconsistance d'un savoir de

la voyance est l'effet d'un savoir sur la formation des savoirs qui s'est formé à l'occasion du développement historique d'une position épistémologique de physicien. L'intérêt d'un jugement de consistance correspond à un type de situations nouveau : pour le formuler, il faut avoir cherché à unifier les savoirs sur le monde en les interrogeant systématiquement sur leur cohérence et sur leur pertinence¹.

Questions relatives aux savoirs

Indépendamment de toute classification a priori des savoirs, nous nous intéressons à la possibilité de saisir des savoirs dans une relation didactique, c'est-à-dire à la possibilité de décrire les situations épistémiques correspondantes de telle manière que nous sachions les en proposer une transposition didactique. Ainsi s'énonce en quelques mots le problème de *l'enseignabilité d'un savoir*. La description de la situation épistémique pour un savoir est la clé d'un problème didactique, qui se pose maintenant en termes épistémologiques et didactiques. Comment produire une situation et plus précisément un milieu, artificiels, reproduisant les conditions de vie de ce savoir en réalisant les contraintes dues à un enjeu didactique (par exemple, donnant la possibilité d'agir "pour apprendre" c'est-à-dire d'agir dans une situation où l'échec de l'action peut être reconnu par l'acteur lui-même et de recommencer en cas d'échec, ce qui ne va pas de soi lorsqu'il s'agit de l'atterrissage d'une navette spatiale) ? Mais la question de l'enseignabilité ne permet pas de décider de la légitimité d'un savoir à devenir objet d'enseignement, ni de la pertinence de l'organisation de l'enseignement. Ainsi, dans les crèches, l'habillement ou dans les écoles maternelles le nouage des lacets, sont des savoirs dont la pertinence n'échappe à personne, mais si de tels savoirs quotidiens sont légitimement enseignés dans les crèches, ils apparaissent peu légitimes à l'école maternelle : leur enseignement est plutôt le fait des auxiliaires maternelles.

Quels savoirs peut-on étudier dans une école ?

Une réponse positive à cette question peut être fournie par l'invention d'une situation didactique appropriée. Une réponse négative à la question de l'enseignabilité d'un domaine vaste amène à laisser l'apprentissage à "l'expérience de terrain", une réponse négative sur un objet de savoir particulier lié à une discipline d'enseignement oblige l'école à "produire de l'ignorance" sur ce point, sans pour autant organiser l'étude qui permettra de la dépasser sûrement. Cela ne signifie pas l'impossibilité de provoquer l'apprentissage d'un tel savoir, mais l'impossibilité d'en faire un enjeu didac-

1 Sans pour autant, si possible, s'engager dans l'aventure de Bouvard et Pécuchet : on ne peut travailler l'épistémologie, dans certaines positions sociales !

tique déclaré et de rendre compte de l'action didactique correspondante, puisque ce savoir s'apprendra sur le terrain de la pratique scolaire de la discipline dont il outille l'étude. Ce fut, par exemple, longtemps le cas avec la consultation du dictionnaire, dans l'étude des langues mortes : les latinisants se souviennent de leur difficulté à trouver le bon usage du Gaffiot.

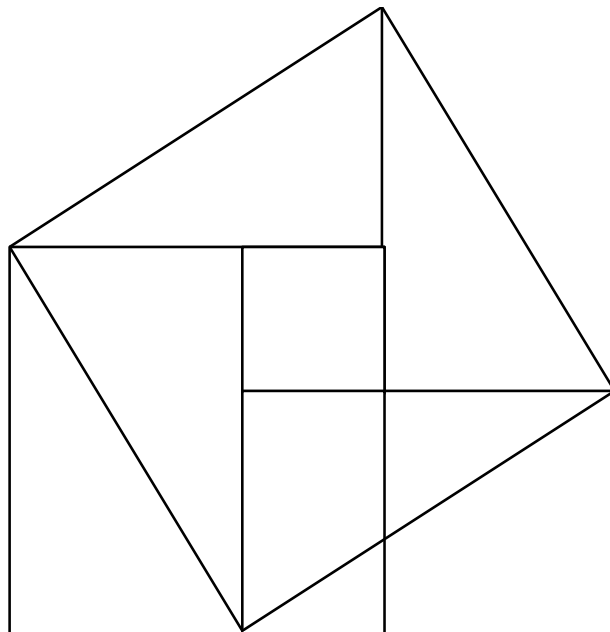
C'est ainsi que je propose de développer des études en didactique des savoirs professionnels, dont les premières réalisations existent d'ores et déjà. *Plus encore que la didactique des mathématiques, de telles études supposent une anthropologie des rapports au monde que sont les connaissances et des institutions sociales qui conservent ou renouvellent ces rapports.*

Car il faut encore avoir identifié un savoir, pour poser la question de son enseignabilité et c'est le problème que pose Johsua (1998), *a priori*, dans un texte qui a donc le statut d'une théorie tout en étant le guide limpide de toute enquête anthropologique à visée didactique. Il y démontre que *l'enseignabilité d'un savoir tient à l'existence, si ténue soit-elle, de processus d'étude* qui désignent les variables pertinentes de ce que j'ai appelé la situation épistémique. Ainsi, de même que Mauss avait pu définir en quelques pages une technique comme "une manière de faire traditionnelle et efficace", nous aurions une description de ce qu'est l'objectivation à usage didactique d'un savoir comme "des modalités d'étude traditionnelles et efficaces" dont la dimension scripturale tient peut-être plus à la possibilité d'institutionnaliser les manières traditionnelles légitimées qu'à une condition didactique. La notion d'étude - ou plutôt, de gestes d'étude - est donc sans doute le moyen de découper dans l'ensemble des conditions observables de l'environnement d'un savoir, les conditions effectives, pour distinguer et organiser, dans ce qui était un environnement informe, les éléments de l'écosystème du savoir qu'est la situation épistémique. C'est sans doute une direction prometteuse pour l'accès des questionnements didactiques à des domaines relevant plus évidemment des problèmes posés par les sciences de l'éducation que les recherches pour l'amélioration de l'organisation didactique des disciplines scolaires. Mais c'est aussi par exemple une direction prometteuse pour le travail sur les "cours d'études" d'une "école pour tous", à la recherche de questions d'enseignement qui soient socialement vives, tel que Chevallard propose de l'engager (Chevallard, 1997b) et tel que le demandent les textes officiels sur la question des "parcours diversifiés de formation" dans le Cycle central des Collèges.

Pourquoi étudier des disciplines ?

Il semble que, comme Ratsimba-Rajohn le signale dans son DEA en 1977, "... la conception qui juge que la contradiction entre le concret et l'abstrait est principale s'est perpétuée. Or, cette contradiction n'est principale que dans

la mesure où le rapport du sujet et de l'objet nouveau est institué seulement au niveau de la représentation de l'objet présumé indépendant du sujet, et seulement si l'on suppose que la conception de la notion n'est qu'un résultat nécessaire (donc automatique) de sa perception : toucher, voir, modifier.../... Les procédés issus des conceptions précédentes ne permettent que des interactions limitées, superficielles ou familières avec des moyens tels que : image, schéma, graphe, discours, liste de propriétés ou d'axiomes. Les enseignants prétendent ainsi fournir "d'un coup" tous les éléments et les relations constitutifs de la notion visée. Ce sont de tels procédés que nous qualifions d'introduction ostensive et que nous appelons "ostension". On peut mettre en doute le fait que les professeurs ont tous, dès leur entrée dans le métier, la "conception" décrite comme guide de leur action - je parlerais de technique, c'est-à-dire d'une manière sociale de faire qui montre une efficacité reconnaissable - puisque Ratsimba-Rajohn (1992) démontre par ailleurs que la plupart des gestes d'ostension sont involontaires. Cependant, la question de l'ostension ne peut se régler par la condamnation d'une technique qui, par définition, a fait ses preuves.



REGARDE !

Cela est manifeste dans cette démonstration célèbre du théorème de Pythagore attribuée au mathématicien indien Bhascara, 1114 a.c. et constituée d'une figure et de l'injonction didactique : Regarde ! (Mercier, 1988). Ces "démonstrations" rappellent l'adage "Quand le sage montre la lune, l'imbécile regarde le doigt" : l'ostension est bien le procédé didactique du sage.

On peut rappeler aussi que Chevallard (1997a) nomme *étude* l'acte didactique fondamental, considérant ainsi, explique-t-il, que l'enseignement ne cons-

titue de fait qu'un temps de régulation entre deux périodes d'étude. Enfin, les enseignements pratiques qui se font *par frayage* ne limitent-ils pas l'explication à l'action, supposant que toute action est geste pour qui la regarde, c'est-à-dire, qu'elle parle d'elle-même (Johsua, 1998) ? Johsua montre d'ailleurs comment il faut dès lors supposer qu'il existe, dans la transmission par frayage du "savoir faire", de l'étude : il rejoint ainsi l'idée de Chevallard. Et si le sage se refuse à enseigner autrement qu'en montrant l'objet à connaître, c'est parce qu'il sait la vanité de l'agitation de celui qui croit pouvoir expliquer : l'élève qui n'a pu étudier par lui-même prendra bientôt l'explication pour l'objet sur lequel centrer son attention, comme l'ont montré les travaux de Mopondi (1995).

Le terme même *enseignement* pose précisément ce problème, puisque enseigner, c'est "mettre une enseigne", "indiquer par signes, pour faire connaître"... Mais, qui montrera le sens du signe ? Quelles sont les conditions pour que l'enseigne ne soit pas prise pour la chose ? Ce phénomène de glissement métacognitif a été dénoncé par Brousseau ; comme par Perrin-Glorian (1992) dans le cas de classes faibles ; j'en ai montré l'importance dans le cas d'élèves en difficulté. Le bon professeur, le sage, devrait alors se refuser d'enseigner aux élèves qui ne peuvent se suffire d'une direction d'étude qui indiquerait la direction, de temps en temps : à en croire leurs étudiants, qui s'en plaignent, c'est la position de la plupart des directeurs d'étude des Troisième Cycles universitaires !

Les autres professeurs ne se trouvent pas dans une position sociale aussi aristocratique et doivent enseigner même à ces élèves-là qui ne savent pas mener l'étude. C'est alors que le contrat qu'ils ont accepté les engage à toutes les dérives de l'ostension que dénoncent les grands pédagogues¹, et plus qu'un effet de la recherche d'une légitimité (Chervel, 1998), je voudrais voir dans l'émergence des disciplines scolaires l'effet d'une contrainte didactique interne. Car tout professeur est pris dans un système d'enseignement qui prétend enseigner à tous sans considération pour l'aptitude à étudier et qui déclare l'échec du système lorsque tous n'apprennent pas : un système d'enseignement bureaucratique, selon la caractérisation de Verret (1975). Tel est le problème auquel s'attaque toute didactique ; et si aucune autre technique d'enseignement que l'ostension n'émerge, l'ostension de l'explication continuera à remplacer, un peu plus chaque jour, l'ostension de l'objet à étudier en proposant à l'étude l'acte d'ostension lui-même.

Il y a pourtant une solution, qui ralentit cette obsolescence catastrophique par l'explication : c'est bien sûr une solution pratique, puisque sans elle, l'école que nous connaissons - l'école moderne - n'existerait pas. Cette solution,

1 On l'aura remarqué, les injonctions des pédagogues sont comme les injonctions des saints : elles ne sont pas adaptées au monde de ceux qui n'ont pas reçu en partage la grâce divine - qui permet seule d'atteindre à la sainteté.

l'observation montre qu'on pourrait la décrire comme " la fuite en avant pour ne pas tomber " (Mercier, 1996b, lettre du 15 janvier 1990). Autrement dit, la mise en texte du savoir et la mise en temps de l'ostension, qui s'ensuit, donnent une solution pratique à la question. Ce geste fondateur du didactique scolaire moderne a permis les réussites que nous savons, mais il se paie au prix fort d'un phénomène plus important que la transposition initiale ne le laisserait supposer : la transformation des organisations de savoir en disciplines.

La *disciplinarisation* des savoirs enseignés est certes un processus d'obsolescence ralentie, mais c'est une transformation par laquelle bientôt, les savoirs ont l'air moribonds : ils donnent l'impression de ne plus pouvoir donner vie qu'à leur exercice scolaire - et c'est parfois le cas. Je crois avoir montré longuement, dans la première section de cette note, comment la solution est à la fois efficace pour un enseignement ouvert à bien d'autres étudiants que les disciples d'un maître, et comment elle est insuffisante pour un enseignement qui prétend s'ouvrir à la majeure partie des enfants et des adultes d'une classe d'âge.

L'enseignement, production d'une mémoire collective

Les travaux de Chevallard et Bosch sur les ostensifs donnent un fil conducteur pour une reprise de l'analyse du problème. Les objets mathématiques forment des systèmes d'ostensifs associés à la fois à des non ostensifs - qui permettent de régler leur manipulation - et à des actions - qu'ils substituent parce qu'ils en sont " le compte-rendu complet ", selon l'expression du mathématicien Henri Lebesgue à propos des nombres, compte-rendus complets des mesures de grandeurs.

Les ostensifs sont donc les enseignes, qui font signe pour les actions : ce sont les objets de l'enseignement, mais ce sont les actions que les élèves doivent chercher à connaître et c'est à ce prix qu'ils atteindront aux non ostensifs qui donnent la maîtrise des manipulations ostensives¹.

Le *geste didactique fondamental* rencontre le *geste mathématique initial*, ce qui nous donne les éléments pour interpréter cette propriété des mathématiques - elles sont l'outil premier de l'étude des problèmes du monde - par son effet sur les mathématiques elles-mêmes - elles sont constituées par des systèmes d'ostensifs - en donnant le lien de ces deux propositions : *les mathématiques montrent les caractères des variables de l'action sur les problèmes du*

1 Les manipulations dont les ostensifs sont l'objet sont les seuls observables de l'activité d'enseignement et d'apprentissage. Ainsi que Francia Leutenegger me l'a fait remarquer, comme l'élève, le chercheur s'appuie donc sur les manipulations d'ostensifs pour atteindre à ce qu'ils montrent et comme lui, il court le risque d'être l'imbécile qui regarde le doigt quand il faut regarder la lune que montre le doigt.

monde. Cela explique la propriété d'enseignabilité qui fait leur nom, *matha-nein* -> *mathema* : elles sont ce qui s'enseigne, puisqu'elles désignent cela même qu'il faut retenir, dans les problèmes, pour mener une action réfléchie.

Une solution, éternelle dans le système des variables sur lesquelles elle joue et nouvelle par les valeurs d'équilibre qu'elle invente, se dessine maintenant. Car les actions dont il va être nécessaire de rendre compte par des systèmes d'ostensifs peuvent être provoquées, par un enseignant qui par cet artifice se défait enfin de l'ostension pour en donner la responsabilité aux élèves pour qui il organise les conditions d'une action appropriée : l'ostensivité est d'abord une propriété des praxèmes, dont les objets mathématiques rendent compte.

La théorie des situations adidactiques, telle que Brousseau l'a produite, peut donc être interprétée comme la théorie des conditions d'une action (dans la situation adidactique d'action) appropriée à la production d'un système d'ostensifs (dans la situation adidactique de formulation) et du système de contrôle associé (dans la situation adidactique de validation, où sont examinées la pertinence et la consistance du système d'ostensifs et de non ostensifs qui est, ainsi, produit collectivement par l'étude dirigée que mènent les élèves). *La théorie des situations est la théorie de cette manière particulière de savoir, qui produit des objets ostensifs pour substituer l'action* : la théorie des conditions d'une production technique. Le savoir est ici connaissance commune entre plusieurs sujets, une connaissance partagée (et non pas distribuée), qui a nécessairement une dimension sociale et qui ne peut être produite que par un acte de socialisation des productions individuelles dont l'enjeu est la maîtrise d'une action que l'on étudie à loisir (dans la *skholê*) : un ostensif doit être produit dans le temps de la suspension de l'action, dans des conditions telles qu'il puisse être partagé.

Alors, le professeur peut désigner, après coup, la savoir produit comme ce qu'il fallait apprendre : l'étude initiale en a déjà été conduite et le temps de l'enquête sur les problèmes vivants que le savoir nouveau peut aider à résoudre est venu : c'est ici que pourra se conduire un premier travail sur l'idonéité du savoir nouveau, dans un retour à l'action où le savoir s'éprouve. *Au terme de cette reprise de la question des savoirs et du didactique, je peux donc placer un nouveau fil de suture entre l'approche anthropologique et la théorie des situations didactiques. Chacune peut dorénavant servir de système de questionnement de l'autre pour élargir son domaine d'emprise et inversement, de système d'explication de certaines questions que l'autre soulève sans donner le moyen de les résoudre : ce fonctionnement, que certains parmi nous avaient engagé en faisant confiance à l'idée que les deux formes de théorisation étaient épistémologiquement compatibles, peut aujourd'hui être validé : et l'on peut espérer un élargissement de la théorisation dont nous disposons*

aux voies qu'ont développé des chercheurs indépendants de ces deux systèmes. Ainsi, le travail sur l'ostension et ses formes sera sans doute à terme la clé de l'analyse des changements de cadre identifiés par Douady (1984), parce que l'on observera comment les changements de systèmes d'ostensifs transforment les systèmes de non-ostensifs en outils de production de métaphores qui travaillent sous le contrôle des pratiques ostensives associées au nouveau cadre.

Car l'un des points délicats de l'écologie didactique des savoirs proposée par Chevallard et Bosch tient à ce que les rapports des sujets aux ostensifs tendent à être mis de côté par l'analyse et avec eux, les conditions de vie des objets dont la fonction est l'aide à l'étude. Mais ces objets-là sont des objets institutionnels bien particuliers puisque ce sont les rapports des sujets de l'institution aux objets de savoir qui sont l'enjeu de l'institution.

L'analyse didactique isole les ostensifs, mais pour réaliser leur potentiel sémiotique, les ostensifs doivent être pris dans des praxèmes. C'est ce que rappelle la théorie des situations¹. C'est aussi ce que montre sur un point très particulier l'étude de Lerouxel (1994) en montrant comment, faute de savoir travailler les ostensifs mathématiques pour dégager ces objets des ostensifs didactiques associés, l'enseignement ordinaire n'arrive pas à obtenir que l'activité des élèves fasse signe et apparaisse comme étude spécifique des mathématiques : "l'addition en colonnes" est le premier objet mathématique de plein exercice pour les élèves de deuxième année primaire, longtemps après "le cahier rouge" c'est-à-dire, le cahier attribué aux mathématiques. C'est enfin ce qui se dégage de l'ouvrage collectif *Estudiar matemàticas* (Chevallard, Bosch & Gascón, 1997).

De l'approche biographique à la méthode clinique

Les études didactiques ont jusqu'à présent porté sur la dimension systémique du didactique, dans des analyses où *l'enseigné* désigne, comme *l'enseignant*, non pas même un sujet générique, mais un lieu dans le système didactique, relativement au savoir transposé aux fins d'enseignement. Parfois, les études ont porté sur *l'élève*, qui désigne le plus souvent un élève générique et quelquefois l'ensemble des élèves d'une classe qui sont venus dans le lieu "enseigné". Il ne s'agit jamais de telle(s) personne(s) singulière(s) et lorsque

1 Elle affirme en effet que l'important tient au jeu, au milieu et au contrat, ce qui inclut nécessairement les acteurs et leurs interprétations propres dans tout travail d'interprétation : il faut comprendre cela dans le sens le plus large et, à la suite de Schubauer-Leoni (1988) ou Schubauer-Leoni et Leutenegger (1997), considérer l'observateur lui-même comme l'un des acteurs de la situation observée.

les études didactiques ont porté sur *le professeur*, elles désignaient par ce terme un quidam venu occuper le lieu “ enseignant ” mais ne le considéraient pas dans sa singularité individuelle. L’étude différenciée des effets d’un enseignement donné par divers professeurs et suivi en commun par divers élèves, dans une même classe, sur ces élèves différents, n’est pas engagée. Car il semble qu’une telle étude suppose l’analyse a priori des conditions et des contraintes institutionnelles générales comme système de variables pertinentes bien identifiées a priori.

Il est cependant possible d’envisager, dans le cadre fourni par cette *approche institutionnelle*, des études dont l’entrée serait l’observation des personnes et qui relèveraient d’une *approche biographique* (Chevallard, 1988b) (Mercier, 1992 et 1994) pour laquelle on considère que les positions institutionnelles d’enseignant et d’enseignés sont occupées par un professeur et des élèves particuliers. Les études didactiques correspondantes portent donc sur les rapports personnels aux savoirs mathématiques de certains sujets et sur l’évolution de ces rapports, dans la mesure où ils sont les enjeux de la participation des personnes à la classe, considérée comme *institution didactique*. L’entrée dans la problématique par les personnes nous est apparue comme une nécessité théorique pour mieux comprendre le fonctionnement de l’institution didactique classe et partant la nature des conditions d’apprentissage que tel enseignement y permet et y favorise. Vocation par excellence de la théorie didactique, en tant que science des conditions d’accès à des savoirs spécifiques, le détour emprunté ne peut qu’interroger les sciences du sujet qui, dans une perspective socio-historique et interactionniste, se penchent sur les processus d’enseignement et d’apprentissage à l’école (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont, 1997), (Mercier & alii, sous presse).

C’est ainsi que, dans le travail que j’ai développé sur “ les grands nombres ”, deux niveaux d’analyse sont développés et leur articulation est spécifique du questionnement didactique :

- Le *premier niveau* rend compte de la mise en place, par l’enseignant de certains ingrédients majeurs de la *topogenèse* (qui définit la place de chacun selon sa position institutionnelle) et de la *chronogenèse* (qui définit pour chaque tâche l’ancien, qui est connu, et le nouveau, qui peut faire problème). Il s’agit en particulier d’identifier le problème enseigné et sa mise en scène didactique. Ce niveau d’analyse tient compte à la fois du projet établi préalablement par l’enseignant et des grandes lignes de sa réalisation au cours des échanges et négociations didactiques effectifs.
- Le *deuxième niveau* d’analyse prend appui sur le premier pour extraire, de l’ensemble du corpus, des épisodes cruciaux permettant de saisir l’articulation entre le double mouvement d’enseignement et d’apprentissage. Ce niveau

d'analyse est essentiellement consacré à des épisodes apparus comme cruciaux grâce d'une part au découpage réalisé dans le premier niveau d'analyse - qui identifie la fonction des problèmes dévolus aux élèves - et d'autre part au questionnement réciproque préalable de l'approche didactique et des autres approches, sur ce même corpus (Blanchard-Laville, 1997). Par contraste, d'autres extraits, permettent de revisiter la compréhension de l'élève pris en compte dans l'épisode initial.

Mais le premier niveau suppose déjà qu'une approche institutionnelle a été produite et s'appuie donc sur une analyse soignée (Mercier 1997a) de la *transposition didactique* relative au savoir en jeu dans la séquence, qui doit aboutir à l'identification des problèmes que résout le savoir enseigné et de la fonction des divers systèmes d'ostensifs qui peuvent être proposés. Ce travail donne une analyse a priori de l'enseignement possible, et une analyse préalable de l'espace didactique proposé par le projet d'enseignement choisi. Plusieurs types de corpus sont pris en compte: *le protocole de la leçon* mais aussi *les notes de préparation de l'enseignant*, et encore *les cahiers des élèves*, le tableau de leurs *notes sur l'année*, celui de leurs *notes sur les items de l'évaluation relatifs aux grands nombres*, etc. Nous centrons alors l'attention sur le protocole tout en invoquant par exemple, chaque fois que nécessaire, des éléments du travail de préparation pour mettre en évidence certains traits de l'interaction didactique en classe. C'est en ce point que l'identification des praxèmes et des systèmes de praxèmes qui ont trouvé à vivre dans une séquence donnée fait sens et donne les éléments de l'analyse en épisodes et de l'identification des dimensions effectives de l'adidacticité dans cette séquence : il devient possible d'attribuer des savoirs aux sujets observés et de mesurer les apprentissages en les rapportant aux enseignements. C'est, progressivement, une clinique des systèmes didactiques qui s'établit ici, ainsi que le montre Francia Leutenegger dans le travail de thèse qu'elle a soutenu récemment¹.

1 Février 1999. J'étais, avec Jean Brun, de l'université de Genève, et Jean Portugais, de l'université de Montréal, membre de la Commission de cette thèse, que dirige Maria-Luisa Schubauer-Leoni.

Savoirs, Institutions didactiques, Education

L'étude des apprentissages s'est longtemps centrée sur les sujets, la cognition étant située dans leur pensée. Aussi, un des bénéfices premiers du remplacement de la métaphore de la connaissance par celle du rapport d'un sujet à un objet tient-il au retour des objets et du rapport des sujets aux objets dans les questions de l'apprentissage. En donnant accès à la sémiotité des objets, l'analyse ouvre maintenant sur une dimension jusqu'ici invisible aux didacticiens : " le jugement sur les propriétés des choses manipulées " (Thévenot, 1993), qui est habituellement invisible, comme jugement de pertinence de l'ostensif à l'action dont il est supposé rendre compte ; " Comment garantir (par exemple) que l'appareil de mesure (du métrologue) porte un témoignage fidèle des propriétés à évaluer ? " demande-t-il, rejoignant les questions que les statisticiens du goût et de la sensation se posent : ils décrivent un produit alimentaire par les variables séparées que sont sa couleur, sa consistance, son acidité, de manière à se rapprocher de la couleur, de la consistance et de l'acidité respectivement les plus appréciées ; mais ils découvrent, après avoir vérifié qu'ils ont un goût normal sur ces trois dimensions de la satisfaction hédonique, que le yaourt obtenu n'est pas celui qu'ils mangent d'ordinaire et qu'ils ne l'apprécient pas.

Les mathématiques de l'école primaire ont longtemps réglé la question par un processus silencieux, chacun expérimentant - à l'école et ailleurs - quand elles s'appliquent et quand elles ne s'appliquent pas : car les mathématiques du primaire étaient explicitement les mathématiques du quotidien, assumant l'enseignement des jugements de pertinence par l'exploration systématique des classes de problèmes quotidiens mathématisables. Je dis " quotidiens ", mais il faudrait dire " usuelles dans les pratiques des métiers peu techniques ". L'organisation de ces mathématiques-là n'était pas soumise à la logique de l'exposition disciplinaire qui s'était asservie les mathématiques secondaires, sous le prétexte qu'elles ouvraient sur la poursuite des études - et il fallait bien qu'un jour l'enseignement primaire supérieur accepte de perdre ses meilleurs éléments au profit du système qui ouvrait sur les études savantes.

L'efficacité, les usages sociaux, les valeurs des savoirs

Il ne s'agit pas de regretter des temps meilleurs - car bien peu d'élèves du primaire supérieur arrivaient à sortir de ce qui s'avérait n'être pas une culture

de plein exercice, mais une culture scolaire fabriquée à l'usage exclusif des enfants du peuple. Il s'agit de montrer comment l'enseignement primaire supérieur traitait la question de la formation du jugement sur les conditions de l'usage efficace d'un savoir : ce qui tente aujourd'hui d'exister sous la forme de " l'étude de la résolution de problèmes ". Mais le procédé d'enseignement explicite utilisé aujourd'hui fait du jugement un objet de savoir qui se rêve aussitôt " transversal aux domaines d'exercice des savoirs particuliers ", un savoir universel. Voilà aussitôt que l'ostension du jugement comme objet d'enseignement fait de l'enseignement du " savoir juger " un enseignement disciplinaire à part entière. Tel est le point où s'opposent radicalement les positions didactiques avec les théories de la compétence, dès lors qu'elle ne se proposent plus la description des actions mais la définition des objets d'enseignement.

C'est actuellement le cas, observable en vraie grandeur, avec les études pluridisciplinaires introduites dans l'enseignement agricole dans les années quatre-vingts. Elles deviennent aujourd'hui interdisciplinaires, parce que la pluridisciplinarité se transforme en discipline d'enseignement autonome - l'interdisciplinarité ne nécessite plus de référence à l'assujettissement initial à plusieurs disciplines identifiées - et nul n'est à l'abri de ce genre de " dérive institutionnelle ". De même, l'enseignement de la résolution de problèmes transforme la résolution de problèmes en discipline (comme l'a montré l'étude de Olivier-Leclair 1995) : ce sera le cas d'un enseignement des jugements de pertinence et celui de tout enseignement de l'attribution de valeur, tant que la question de l'enseignement par ostension ne sera pas résolue.

Pour progresser dans la voie qui se dessine encore vaguement ici, il faut décrire une situation de jugement de pertinence ou une situation d'attribution de valeur - montrer comment ces compétences peuvent être considérées comme des savoirs - puis proposer des transpositions de ces savoirs en décrivant certaines de leurs situations fondamentales. Le premier type de situation est connu, depuis les travaux sur le sens menés par les étudiants de Brousseau, dans le cadre limité des opérations mathématiques (Bola Amboka, 1992) et l'articulation de cette question avec celle des systèmes d'ostensifs algébriques a été engagée par Rossi (1997) et Galas (1995) sous ma direction. Rossi montre par exemple que la modélisation algébrique fait longtemps problème, parce que les types de variables que peuvent nommer les paramètres d'une formule ne sont identifiés qu'au terme d'une pratique assidue des problèmes faisant intervenir " des grandeurs " : un objet préconstruit dans toute la scolarité obligatoire et souvent bien au delà. En proposant un problème qui n'est pas aisément identifié comme problème de physique, Rossi crée un décalage suffisant pour que des étudiants en licence de " mathématiques et applications aux sciences sociales " n'en identifient pas les variables : ils ne connaissent pas d'emblée la grandeur en jeu (la quantité de matière). Le sens pratique (qui

permet de juger d'une situation), acquis par un long frayage dans le domaine des sciences sociales, ne se transfère pas facilement à une physique simple, mais non enseignée.

Pourtant, l'exemple de certaines recherches récentes montre que la voie d'une solution n'est peut-être pas loin de celle qu'ont trouvée les mathématiques. Dans le cas du "commandement au feu" des pompiers responsables de la lutte contre les grands feux de forêt, comme dans celui de la "conduite des hauts fourneaux" dans les aciéries lorraines, Rogalski & Samurçay (1993) ont pu, au terme de plusieurs années d'observation des pratiques de terrain, de travail de leur formulation dans le cadre des réunions d'équipe après les interventions, d'analyse ergonomique des décisions prises et de leurs effets sur le terrain, produire à la fois un système d'ostensifs qui modélise les variables que prend en compte un responsable expérimenté, et produire un savoir de référence relatif à "la prise de décision distribuée dans un environnement dynamique" associé à un ensemble de situations didactiques qui en réalisent une transposition en se proposant comme "mises en scène" du savoir produit (Rogalski & Samurçay, 1994).

Les enjeux de la formation professionnelle tiennent sans doute à la capacité de juger du cohérent, du pertinent, et du juste, tous jugements qui permettent la mise en œuvre d'une technique de production du vrai, de l'exact, du consistant. Mais l'examen le plus sommaire montre que si les outils de la didactique des mathématiques peuvent avoir quelque pertinence, leur adaptation à des questions pour lesquelles l'identification des variables de la situation reste hors d'atteinte de l'acteur risque d'être aléatoire. L'ouverture est sans doute prometteuse, elle supposera un travail qui est encore seulement à l'état de projet. *C'est pourquoi la question des activités sociales et de leur évaluation, qui donnerait les directions de l'éducation (à la rencontre du bon, du beau, du bien), est aujourd'hui hors de portée de l'approche didactique, quand bien même l'embranchement d'une voie en ce sens peut maintenant se deviner. Ce ne sera pas l'œuvre d'un seul, ni l'effet des travaux dans un seul des domaines de recherche actuels.* Car le problème tient aux conséquences de la distribution sociale des savoirs et en particulier à la nécessité grandissante, en toute pratique professionnelle, pour tout acteur, d'outiller son action de dispositifs hautement techniques dont il ne maîtrise pas les principes, tout en identifiant ce qui, dans leur mise en œuvre, est de sa responsabilité.

La coopération entre acteurs capables de décider chacun pour son domaine suppose de la part de chacun d'eux un savoir relatif à l'organisation humaine dans le cadre de laquelle il agit qui était jusqu'à présent l'apanage du pouvoir. Elle suppose aussi que le titulaire du pouvoir ne soit pas aliéné à ce que le système dans lequel il est pris lui donne à voir, et c'est peut-être plus difficile encore. Par exemple, dans la formation des médecins généralistes et des médecins hospitaliers à de tels phénomènes, la question a peut-être trouvé des

commencements de solution pratique, mais elle est, du point de vue théorique, parfaitement ouverte : la solution commode des hiérarchies militaires ou maritimes, qui ont réduit massivement le nombre des rapports de coopération possibles en linéarisant le plus strictement possible l'organisation hiérarchique, n'est pas à la portée de tous les systèmes sociaux et n'est pas toujours la plus efficace.

La puissance instituante de l'organisation scolaire

Le développement, que j'ai qualifié ailleurs de provincial, des théorisations du didactique, a conduit les didacticiens à développer, à la suite de Brousseau, un concept particulièrement original dont il est instructif d'étudier les effets sur l'ensemble de l'organisation théorique : le concept de *contrat didactique*. Contre la notion de contrat pédagogique proposée par Filloux (1974), qui expliquait comment le professeur s'avance masqué et se fait aimer, avant de trouver l'occasion d'une passion de l'élève pour un objet quelconque pour "faire passer le savoir" qu'il avait tenu caché, selon une logique qui tient du viol des consciences, Brousseau (1980), et l'ensemble des chercheurs en didactique des mathématiques ont développé le concept de contrat dans un sens proche de la conception démocratique de Rousseau (1762) et qui rappelle les travaux de Crozier & Friedberg (1977) sur l'action collective, et les organisations comme systèmes.

Mais la notion de contrat didactique pose quelques problèmes, même si l'on considère avec Rousseau (Livre 1, Chapitre VI) que "Les clauses de ce contrat sont tellement déterminées par la nature de l'acte que la moindre modification les rendrait vaines et de nul effet ; en sorte que, bien qu'elles n'aient peut-être jamais été formellement énoncées, elles sont partout les mêmes, partout tacitement admises et reconnues ; jusqu'à ce que, le pacte social étant violé, chacun rentre alors dans ses premiers droits et reprenne sa liberté naturelle, en perdant la liberté conventionnelle pour laquelle il y renonça." D'abord, parce que la nature de l'acte didactique fondateur doit être interrogée ; ensuite, parce que le système didactique qui émerge avec le contrat n'a pas tous les caractères du système social que décrit Rousseau.

L'acte didactique fondateur, on l'a décrit ici en d'autres termes, c'est l'organisation de l'étude : les élèves ensemble confient au maître la responsabilité de diriger leurs études, ce qui le légitime à proposer des organisations pour l'étude et des suites de situations adidactiques relatives aux objets à étudier. Il fonde ainsi sa position sur l'enjeu qui lui est donné par contrat : l'étude que les élèves mèneront avec succès grâce à leur assujettissement au contrat. Le système didactique qui émerge avec le contrat et qui, pour les acteurs, est "toujours-déjà-là", n'est pas une nation, mais une autre forme d'organisation

humaine capable de s'assujettir des personnes : une institution, au sens que lui a donné la psychiatrie institutionnelle (Kaës, 1987 ; Bertrand, Doray, 1989). Et l'on peut vérifier comment le contrat permet que la plupart des fonctions repérées d'une institution soient remplies : ce qui justifie l'intérêt que les sujets portent à la survie du système, les efforts qu'ils produisent pour le maintenir, mais aussi l'attention avec laquelle ils surveillent l'autre de la relation didactique afin qu'il remplisse sa part des obligations utiles à la production d'institution.

D'un point de vue didactique, le fait que le contrat puisse remplir les obligations institutionnelles suffit à satisfaire le chercheur et la notion d'institution didactique peut à bon droit demeurer jusqu'à aujourd'hui un impensé de la théorisation. Tout au moins, tant que la rencontre d'élèves déclarés " en échec " parce qu'ils sont " hors contrat " ne vient pas faire problème et montrer que, parfois, le contrat et l'institution ne sont pas " toujours-déjà-là ". Même, la nécessité de trouver un espace pour renouer un contrat auquel ces élèves puissent se fier ouvre sur des questions nouvelles : comment centrer sur la tâche primaire de l'institution (qui est ici l'étude de savoirs déclarés par ailleurs) l'activité de ceux qui ont été jugés inaptes à remplir leur part des enjeux ? L'observation des élèves de l'Aide à l'Intégration Scolaire, face à leurs maîtres spécialisés dans l'Aide à dominante pédagogique, telle que la mène actuellement Noëlle Coustau dans le cadre d'un projet de thèse, est à cet égard instructive. Cette observation montre deux choses : d'abord, que les maîtres des différentes classes ne gèrent pas tous le contrat institutionnel de la même manière ; ensuite, que le contrat didactique n'est pas le tout du contrat institutionnel, qui en forme, en quelque sorte, les conditions d'existence : je touche ici à un deuxième niveau de l'impensé des théories didactiques, celui qui est relatif à " l'intention d'enseigner et d'apprendre " et que j'avais commencé à identifier dans l'introduction de ma thèse.

Car l'appartenance institutionnelle trouve les moyens de sa dénégation jusque dans le discours d'analyse de ses effets : l'échec du lien (dont la réussite est l'intention d'apprendre que porte, par principe, l'élève) est renvoyé au mauvais sujet qu'est l'élève mal intentionné, tandis que la réussite est l'effet de l'adhésion aux systèmes des valeurs institutionnelles (et par exemple, le fait que, souvent, un élève s'enseigne, ne sera pas reconnu). Cette dénégation signifie en effet pour les membres de l'institution (qui sont ici considérés comme sujets de l'inconscient et non plus comme sujets didactiques) la méconnaissance des liens de dépendance mutuelle qu'ils ont tissé et par lesquels ils s'offrent l'un l'autre la reconnaissance de leur personne et le confort d'une singularité acceptée, avec l'attribution, à chacun des membres, de l'identité institutionnelle et du soutien du groupe, en échange de la satisfaction des obligations de sauvegarde de défense et de protection du groupe. Aulagnier

(1975) identifie ici le contrat narcissique, par lequel l'individu fonde ses repères identificatoires sur la place qui lui est assignée par le groupe ; Kaës (1979) développe le concept de contrat d'étayage entre le sujet et le groupe, noué autour de la tâche primaire de l'institution, qui les autorise. L'inscription dans le groupe donne alors accès à la communauté de langage et culturelle, qui est la condition du travail cognitif.

Ainsi par exemple, le contrat didactique est-il “ générateur de sens et de pratiques ”, il “ crée certaines dimensions des sujets et du savoir qui ne sont du coup plus saisissables sans faire référence à ce qu'ils deviennent à travers le contrat ” et cette description est le fait d'un chercheur qui pourtant ne travaille pas dans le cadre conceptuel d'une théorie psychanalytique des institutions (Schubauer-Leoni, 1988). La dimension instituante des institutions didactiques doit être à nouveau installée lorsque l'attribution d'échec à un élève signe le processus d'exclusion institutionnelle dont il est l'objet : elle permet de comprendre comment l'existence d'un cadrage institutionnel solide aide, dans certains cas, à passer des caps difficiles ou à renouer un rapport de confiance : c'est ce que tend à montrer le travail de Coustau (1996), qui se fonde sur le travail du cadrage institutionnel (qu'elle mène dans le temps de sa classe d'adaptation) pour nouer à nouveau un contrat didactique (relatif aux enjeux de la classe d'origine des élèves). Elle poursuit aujourd'hui en thèse l'investigation de la dimension institutionnelle portée par le contrat didactique et des caractères de l'espace didactique qui ne peuvent être interprétés qu'en rapport à cette dimension. C'est sans doute une voie prometteuse, mais la tâche est immense car les théories des institutions se sont développées indépendamment des problèmes que nous cherchons à poser et la pertinence des constructions qu'elles proposent ne va pas de soi. *En outre, la cohérence de celles-ci avec les théorisations didactiques devra être l'objet d'un examen sérieux, en raison du double sens du concept de sujet. Le champ des sciences de l'éducation offre ici des moyens institutionnels que nous devons mettre à contribution tout en gardant en mémoire la question initiale et la problématique didactique qui la porte.*

Le didactique est-il un objet des Sciences de l'Education ?

La question est plus délicate qu'il n'y paraît au premier examen, car elle peut prendre deux sens. Le premier est relatif à la position des recherches, en didactique d'un corps de savoirs (il importe peu que l'organisation des savoirs enseignés soit disciplinaire ou professionnelle) : ces recherches peuvent-elles être développées dans les cadres épistémologiques des sciences de l'éducation ? Je crois avoir montré que la réponse est affirmative et, tout en considérant que certaines recherches didactiques trouveraient une assise adé-

quate dans le cadre de la discipline universitaire dont elles s'occupent, l'essentiel est je crois que chaque didactique puisse se donner les moyens institutionnels de penser l'articulation des deux types de travaux qu'elle développe. Je ne discuterai donc pas ce point plus longuement, car je crois que c'est actuellement le cas en didactique des mathématiques, mais il serait sans doute utile de travailler cette question dans le sens d'une *didactique comparée*.

L'autre sens de la question est relatif aux sciences de l'éducation elles-mêmes : l'accueil qu'elles font aux didacticiens oblige en quelque sorte les sciences de l'éducation à considérer que l'objet même des didactiques est un des objets de l'éducation et par là même, cet accueil engage à repenser l'instruction et la formation comme des moyens de l'éducation, soit, à en étudier la valeur éducative. C'est une des tâches des chercheurs qui travaillent en sciences de l'éducation, mais elle suppose, pour être menée à bien, que ces questions soient étudiées comparativement par les didactiques.

Ce sera je pense le cas des questions relatives aux relations entre les sujets - élèves et professeurs - et les institutions didactiques qu'ils produisent et auxquelles ils sont assujettis. Car ces questions, aujourd'hui traitées en didactique des mathématiques de manière globale, à l'aide du concept de contrat didactique, seront demain les clés d'entrée dans une didactique comparée ouverte aux questionnements sur les enjeux éducatifs de l'enseignement.

C'est le sens de ma collaboration avec Samuel Johsua, dans le cadre de la formation doctorale qu'il dirige ; c'est le sens de ma collaboration avec Maria-Luisa Schubauer-Leoni, Gérard Sensevy, Marie-Hélène Salin, sur les dimensions sociales et personnelles de l'espace-temps didactique et les moyens de les observer ; mais c'est aussi le sens des projets de recherche que j'ai proposé de développer en collaboration avec René Amigues et Jean-Paul Roux dans le cadre des réponses de l'IUFM d'Aix-Marseille aux appels d'offre du CNCRE et aux appels à coopération de l'INRP : en ce lieu, la double appartenance de mes recherches didactiques au champ des mathématiques et à celui des sciences de l'éducation est naturelle : ainsi, Yves Chevallard se trouve, comme d'autres chercheurs en didactique d'une discipline, engagé dans les mêmes projets collectifs.

Mais l'ouverture d'un champ progresse par paliers, c'est pourquoi ses réalisations sont d'abord relatives à la formation professionnelle des professeurs, un métier dont l'organisation des savoirs efficaces n'est pas même connu dans le cas le plus réduit de leurs pratiques de classe - l'observation des systèmes de praxèmes qu'ils mettent en œuvre, des ostensifs qu'ils manipulent et des non-ostensifs associés par lesquels ils pensent, régulent ces manipulations - commence à peine. L'observation des épisodes par lesquels ils rencontrent la nécessité de revenir sur leur action et d'identifier certaines variables de leur ac-

tion va sans doute être engagée, elle se fondera sur la recension de travaux aujourd'hui épars que le CNCRE a demandé et sur la possibilité de relire les faits attestés qui sont leurs résultats à la lumière d'une théorisation didactique forte et largement partagée, en raison d'une organisation scientifique de la didactique des mathématiques qui structure les débats et permet l'exercice réciproque de la vigilance épistémologique. Mais la comparaison des didactiques doit aussi porter, par exemple, sur les dimensions institutionnelles des phénomènes didactiques, ce qui suppose l'identification des phénomènes institutionnels produits par les diverses formes du contrat didactique et l'observation des différences qui tiennent aux propriétés des savoirs en jeu.

La définition d'objets communs supposera la création de lieux capables d'assurer la gestion disciplinaire et institutionnelle d'un champ scientifique qui ne peut aujourd'hui qu'être imaginé : le champ didactique, considéré comme définissant une des Sciences de l'Education. La capacité collective des didacticiens à diriger des recherches dans ce sens, dans les Instituts de Formation des Maîtres comme à l'Université, sera sans doute la pierre de touche de notre réussite collective.

Références de la Note de Synthèse

- AFIRSE (1992), *Le temps en éducation et en formation*. Actes du Colloque de l'AFIRSE, Lyon, 28, 29, 30 mai 1992.
- ALTET M. (1991), *Approche séquentielle et systémique de l'articulation du processus enseignement-apprentissage*. Habilitation à diriger des recherches, Université de Nantes.
- ARTAUD M. (1989), *Conditions, contraintes et discours apologétique dans l'émergence de l'enseignement des mathématiques à l'âge classique*. D.E.A. de l'Université Claude Bernard, Lyon.
- ARTIGUE M. (1984), *Contribution à l'étude de la reproductibilité des situations didactiques*. Thèse de doctorat d'Etat, Université de Paris VII.
- ARTIGUE M. (1990), Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9.3, 281-308.
- ASSUDE T. (1992), *Un phénomène d'arrêt de la transposition didactique*. Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.
- AULAGNIER P. (1975), *La violence de l'interprétation. Du pictogramme à l'énoncé*. Paris, PUF.
- BARTHES R. (1974), Au séminaire. *L'arc*, 56, Librairie Duponchelle.
- BARUK S. (1983) *L'âge du capitaine*. Collection Science ouverte, Paris, Seuil.
- BEAUJEAN A. (Dir.) (1959), *Dictionnaire de la langue française. Abrégé du dictionnaire de Littré*. Paris, Gallimard, Hachette.
- BERTAUX D. (1997), *Les récits de vie*. Paris, Nathan Université.
- BERTHELOT R., SALIN M.H. (1992), *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse de doctorat d'état, université Bordeaux I.
- BERTRAND M., DORAY B. (1989), *Psychanalyse et sciences sociales*. Paris, La Découverte.
- BLANCHARD-LAVILLE C., CHEVALLARD Y., SCHUBAUER-LEONI M.L. (Eds.) (1996), *Regards croisés sur le didactique, un colloque épistolaire de chercheurs (1989-1990)*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- BLANCHARD-LAVILLE C. (Dir.) (1997), *Variations autour d'une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres*. Paris, L'Harmattan.
- BOLA AMBOKA (1992), *L'usage du sens dans la relation didactique. Etude de la soustraction, en particulier de la composition des translations numériques au Cours Élémentaire*. Thèse de l'Université Bordeaux I.
- BONNIOL J.J. (1989), Sur les régulations du fonctionnement cognitif de l'élève : contribution à une théorie de l'évaluation formative. *Communication au Conseil de*

l'Europe. Aix en Provence, Polycopié du CIRSE.

- BOSCH i CASABÒ M. (1994a), *La dimension ostensiva en la activitat matemàtica, el cas de la proporcionalitat*. Tesis. Departament de matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona.
- BOSCH i CASABÒ M. (1994b), Les instruments du travail mathématique : le cas de la proportionnalité. In M. Artigue & alii, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- BOURDIEU P. (1994), *Raisons pratiques. Sur la théorie de l'action*. Collection Points, Paris, Seuil.
- BROCCOLICHI S. (1994) *Organisation de l'école, pratiques usuelles et production d'inégalités. La genèse des dispositions scolaires rapportée au jeu des positions relatives et à leurs implications subjectives : l'exemple privilégié des mathématiques dans l'enseignement secondaire*. Thèse de l'EHESS.
- BRONNER A. (1996), *Etude didactique des nombres réels, idécimalité et racine carrée*. Thèse de l'université Joseph Fourier, Grenoble.
- BROUSSEAU G. (1973), Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels ?, *Actes du Congrès International des Sciences de l'Education*, Paris (épuisé, repris dans Brousseau, 1986a).
- BROUSSEAU G. (1980), L'échec et le contrat. *Actes de la I^{re} Ecole d'été de Didactique des Mathématiques*, Marseille, IREM d'Aix-Marseille.
- BROUSSEAU G. (sans titre). In G. Brousseau, A Rouchier., N. Balacheff & C. Laborde, Y. Chevallard (1981), Address of members of the G.R.D.M. (France) at the I.C.M.E. IV. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2.1, 129-158.
- BROUSSEAU G. (1982a), Les objets de la didactique des mathématiques. In A. Rouchier, *Actes de la II^e Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*, Orléans, IREM d'Orléans.
- BROUSSEAU G. (1982b), D'un problème à l'étude a priori d'une situation didactique. Cours, in A. Rouchier, *Actes de la II^e Ecole d'Eté de Didactique des mathématiques*, Orléans, IREM d'Orléans.
- BROUSSEAU G. (1983), Quelques phénomènes de didactique susceptibles d'expliquer l'échec de la réforme des mathématiques modernes. Conférence à la Rencontre Internationale de la CIEAEM, Lisbonne, (non publiée).
- BROUSSEAU G. (1984), Le rôle central du contrat didactique dans l'analyse et la construction des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Cours, *Actes de la III^e Ecole d'été de didactique des mathématiques, recueil des textes et comptes rendus*, 99-108, Grenoble, IMAG et CNRS.
- BROUSSEAU G. (1986a), *Esquisse d'une théorie du didactique*. Thèse de doctorat d'état, université Bordeaux I.
- BROUSSEAU G. (1986b), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7.2, 33-115.
- BROUSSEAU G. (1988), Représentation et didactique du sens de la division. Conférence au Colloque de Sèvres, mai 1987, In G. Vergnaud, G. Brousseau, M. Hulin, Di-

didactique et acquisition des connaissances scientifiques, GRECO Didactique et CNRS (eds), Grenoble, La Pensée Sauvage.

- BROUSSEAU G. (1989), Utilité et intérêt de la didactique pour un professeur de collège. *Petit x*, 21, 47-68.
- BROUSSEAU G. (1995a), L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In R. Noirfalise & M.J. Perrin-Glorian, *Actes de la VIII^e école d'été de didactique des mathématiques*, Clermont-Ferrand, IREM de Clermont-Ferrand.
- BROUSSEAU G. (1995b) Introduction. In J. Centeno, *La mémoire didactique de l'enseignant. Thèse posthume inachevée. Eléments rassemblés et présentés par C. Margolinas*. Bordeaux, LADIST.
- BROUSSEAU G., PERES J. (1981), *Le cas de Gaël*. Note de travail, IREM de Bordeaux.
- BROUSSEAU G. & BROUSSEAU N. (1987), *Les décimaux dans la scolarité obligatoire*. Bordeaux, COREM et IREM de Bordeaux.
- BROUSSEAU G., CENTENO J. (1991), Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 11,2-3. 167-210
- CANGUILHEM G. (1943), *Le normal et le pathologique*. Réédition (1988), Collection Quadrige, Paris, PUF.
- CASTELLA C. & MERCIER A. (1995), Peut-on enseigner des méthodes ? Comment les élèves apprennent-ils des méthodes ? *Petit x*. 33, pp. 5-26.
- CASTORIADIS C. (1997), *Fait et à faire. Les carrefours du labyrinthe*, V. Paris, Seuil.
- CENTENO J. (1995), *La mémoire didactique de l'enseignant. Thèse posthume inachevée. Eléments rassemblés et présentés par C. Margolinas*. Bordeaux, LADIST.
- COLIN P. (1989), *Maths CM2*. Paris, Nathan.
- CHARBONNEL N. (1991), L'important, c'est d'être propre. In N. Charbonnel, *La tâche aveugle*, Tome 2. Strasbourg, Presses Universitaires de Strasbourg.
- CHERVEL A. (1998), *La culture scolaire : une approche historique*. Paris, Belin.
- CHEVALLARD Y. (1980), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Cours donné à la Première Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques. Notes de l'IREM d'Aix-Marseille
- CHEVALLARD Y. (1981), *Pour la didactique*. Note de travail, IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y. (1982), Sur l'ingénierie didactique. *Contributions à la préparation de la II^e Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*, Document de l'IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y. (1985), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1986a), Remarques sur la notion de contrat didactique : l'âge du capitaine. Conférence à la Commission Inter-IREM Université, 15 janvier 1983. In Y. Chevallard, *Sur l'analyse didactique, deux études sur les notions de contrat et de situation*, Marseille, Publications de l'IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y. (1986b), Emploi et analyse du contrat didactique. In Y. Chevallard, *Sur*

l'analyse didactique, deux études sur les notions de contrat et de situation, Marseille, Publications de l'IREM d'Aix-Marseille.

- CHEVALLARD Y. (1988a), Esquisse d'une théorie formelle du didactique. In C. Laborde, *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1988b), *Notes sur la question de l'échec scolaire*. Marseille, IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y. (1988c), Médiation et individuation didactiques, in *Le contrat didactique : différentes approches. Interactions didactiques*, 8, Genève, Universités de Genève et de Neuchâtel.
- CHEVALLARD Y. (1989a), *Arithmétique, Algèbre, Modélisation*. Marseille, Publications de l'IREM d'Aix-Marseille
- CHEVALLARD Y. (1989b), *Aspects d'un travail de théorisation de la didactique des mathématiques*. Note de Synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches, université Aix-Marseille II.
- CHEVALLARD Y. (1991a), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. (édition augmentée d'une étude de cas et d'une postface) , Grenoble, La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1991b), Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique 1990-1991*, Grenoble, Université Joseph Fourier, 103-117.
- CHEVALLARD Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques 12.1*, 73-112.
- CHEVALLARD Y. (1994), Les outils sémiotiques du travail mathématique. *Skholê*, 1. 51-81.
- CHEVALLARD Y. (1995), La fonction professorale. Esquisse d'un modèle didactique. In R. Noirfalise & M.J. Perrin-Glorian, *Actes de la VIII^e école d'été de didactique des mathématiques*, Clermont-Ferrand, IREM de Clermont-Ferrand.
- CHEVALLARD Y. (1997a), Familiale et problématique, la figure du professeur. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17.3, 17-54.
- CHEVALLARD Y. (1997b), Questions vives, savoirs moribonds : le problème curriculaire aujourd'hui. *Actes du Colloque "L'école pour tous"*, CD ROM, Marseille, IUFM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y., JOHSUA M-A. (1982), Un exemple d'analyse de la transposition didactique : la notion de distance. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3.2, 157-239.
- CHEVALLARD Y. & MERCIER A. (1984), La notion de situation didactique. Cours, *Actes de la III^e Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, recueil des textes et comptes rendus*, Grenoble, IMAG et CNRS, 17-22.
- CHEVALLARD Y. & MERCIER A. (1987), *Sur la formation historique du temps didactique*. Marseille, Publications de l'IREM d'Aix-Marseille.

- CHEVALLARD Y., BOSCH i CASABÒ M. & GASCÒN J. (1997), *Estudiar matemàtiques. El eslabon perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Institut de Ciències de l'Aducació, Universitat de Barcelona (éd.). Colecció Cuadernos de Educació, 22. Barcelona, Horsori.
- CONEIN B., DODIER N. & THÉVENOT L. (1993), *Les objets dans l'action*. Collection Raisons Pratiques, Paris, Editions de l'EHESS.
- CONNE F. (1981), *La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire*. Thèse de l'Université de Genève. (1986), Lausanne, Couturier-Noverraz.
- CONNE F. (1984), Jalons à propos d'algèbre. In Chevallard Y. & Conne F., *Interactions didactiques*, 3, Genève, Universités de Genève et de Neuchâtel.
- CONNE F. (à paraître en 1998), Faire des mathématiques, faire-faire des mathématiques, regarder ce que ça donne. *Colloque REF, symposium sur "le cognitif en didactique des mathématiques"*. Montréal, université de Montréal.
- COUSTAU N. (1996), *La classe d'adaptation : une structure de remédiation à la difficulté scolaire, fonction institutionnelle et fonctionnement didactique*. Mémoire de DEA de l'université de Provence.
- COUSTAU N. & MERCIER A., *La production d'institution scolaire, condition de la mise en place d'un contrat didactique en mathématiques. Etude des effets de quelques formes possibles d'Aide à l'Insertion Scolaire*. Séminaire à Genève, le 21 novembre 1997. Notes personnelles.
- CROZIER M. & FRIEDBERG E. (1977), *L'acteur et le système. Les contraintes de l'action collective*. Paris, Seuil.
- DELBOS G., JORION P. (1984), *La transmission des savoirs*. Paris, Editions de la Maison des sciences de l'homme.
- DEMNARD D. (1981), *Dictionnaire d'histoire de l'enseignement*. Paris, Editions Universitaires Jean-Pierre Delarge.
- DESCARTES R. (1620-1628, publication 1701), *Regulae ad directionem ingenii*, Trad. et notes par Sirven J. (1970), *Règles pour la direction de l'esprit*. Paris, Librairie philosophique J. Vrin
- DESCARTES R. (1637), *Discours de la méthode*. In A. Bridoux (1953), *Descartes, œuvres et lettres*. Paris, Gallimard
- DONCK E. (1996), *La question des savoirs professionnels et de leur transmission dans la formation initiale des professeurs*, Mémoire de DEA de l'Université de Provence.
- DONNADIEU B., GENTHON M., VIAL M. (1998), *Les théories de l'apprentissage : quel usage pour les cadres de santé*. Paris, Inter Editions, Masson.
- DOUADY R. (1984), *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques, une réalisation dans tout le cursus primaire*. Thèse de doctorat d'état. Université Paris VII.
- DUPUY J-P. (1988), L'homme-machine et les adorateurs du signifiant. *Le débat*, 49, 164-184.

- ELIAS N. (1970), Was ist Soziologie ? Traduction de l'allemand Y. Hoffmann (1991), *Qu'est-ce que la sociologie ?* La Tour d'Aigues, Editions de l'Aube.
- ELIAS N. (1991), Mozart. Zur Soziologie eines Genies. Traduction de l'allemand J. Ètoré & B. Lortholary, *Mozart. Sociologie d'un génie*. Paris, Seuil.
- EQUIPE "ELÉMENTAIRE" DE L'IREM DE GRENOBLE (1980). Quel est l'âge du capitaine ? *Bulletin de l'APMEP*, 323, 235-243.
- FERRAROTTI F. (1981), Storia e storie di vita. Traduction française M. Modak (1983), *Histoire et histoires de vie*. Paris, Librairie des Méridiens, Klincksieck.
- FILLOUX J. (1974), *Du contrat pédagogique*. Paris, Dunod, 1974.
- FLAUBERT G. (1973), Lettre du 15 mars 1843 à sa nièce Caroline. In *Correspondance, 1830-1851*. La Pléiade, Paris, Gallimard.
- FLECK L. (1935), Entwicklung einer wissenschaftlichen Tatsache : Einführung in die Lehre vom Denkstil und Denkkollektiv. Traduction anglaise F. Bradley & T. J. Trenn (1979), *Genesis and development of a scientific fact*. Chicago, University of Chicago Press.
- FOUCAULT M. (1963), *Naissance de la clinique*. Réédition (1988), Collection Quadrige, Paris, PUF.
- FOUCAULT M. (1970), *Surveiller et punir, naissance de la prison*. Paris, Gallimard.
- FREUD S. (1987) Analyse avec fin, analyse sans fin. *Résultats, idées, problèmes*. Collection Quadrige, Paris, PUF, 231-268.
- FREUDENTHAL H. (1968), Notations mathématiques. In Collectif, *Encyclopædia Universalis*.
- GALAS F. (1995), *Technique et sens, un clivage paradoxal dans l'enseignement de la division*. Mémoire de DEA de l'Université de Provence.
- GARCION-VAUTOR L. (1995), *La mise en place du contrat didactique en petite section de maternelle*. Mémoire de DEA de l'Université de Provence.
- GAUCHET M. (1992), *L'inconscient cérébral*. Paris, Seuil.
- GROSSIN W. (1974), *Les temps de la vie quotidienne*. Paris, Mouton.
- HALBWACHS M. (1925), *Les cadres sociaux de la mémoire*. (1994), Paris, Albin Michel.
- HUTCHINS E. (1995), *Cognition in the wild*. Londres, The MIT Press.
- IMBERT F. (1994), Les " métiers impossibles " et les impasses du " schéma fins-moyens ". *L'année de la recherche en éducation 1994*. Paris, PUF.
- IMBERT F. (1996), Le groupe Balint, un dispositif pour un " métier impossible " : enseigner. In C. Blanchard-Laville & D. Fablet (éds), *L'analyse des pratiques professionnelles*. Paris, L'Harmattan.
- JOHSUA S. (1997), Peut-on vraiment expérimenter, et à quelles conditions ? In C. Hadji, J. Baillé (Eds), *Recherche et éducation. Vers une " nouvelle alliance " . La démarche de preuve en 10 questions*. Bruxelles, De Boeck Université.
- JOHSUA S. (1998), Des savoirs et de leur étude : une réflexion nécessaire pour l'approche

- didactique. *L'année de la Recherche en Education*, 1998.
- JOHSUA M.A. & MAURIN C. (1993), *Les outils numériques à l'école primaire et au Collège*. Paris, Ellipses.
- KAËS R. & COLL. (1987), *L'institution et les institutions*. Paris, Bordas.
- KIRYLUK S. (1980), What the pupils think. *Mathematics magazine*, 91, 42-44.
- LAFONT R. (1978), *Le travail et la langue*. Nouvelle bibliothèque scientifique, Paris, Flammarion.
- LAHIRE B. (1993), *Culture écrite et inégalités scolaires. Sociologie de "l'échec scolaire" à l'école primaire*. Lyon, Presses Universitaires de Lyon.
- LAHIRE B. (1997), *Tableaux de famille. Heurs et malheurs scolaires en milieux populaires*. Paris, Seuil.
- LAHIRE B. (1998), *L'homme pluriel. Les ressorts de l'action*. Paris, Nathan.
- LAPLANCHE J., PONTALIS J.B. (1967), *Vocabulaire de la psychanalyse*. Paris, PUF.
- LEGRAND M. (1996), La problématique des situations fondamentales. Confrontation du paradigme des situations à d'autres approches didactiques. *Recherches en didactique des mathématiques*. 16,2, 221-279.
- LEONARD F. & SACKUR-GRISVARD C. (1981), Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs. *Bulletin de l'APMEP*, 59,, 47-60.
- LEROUXEL E. (1994), *Praxèmes et systèmes de praxèmes dans l'émergence d'une discipline scolaire (le cas des mathématiques au cycle 2 de l'école primaire)*. Mémoire de DEA de l'Université de Provence.
- MARGOLINAS C. (1994), La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In C. Margolinas, *Les débats de didactique des mathématiques*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- MATHERON Y. (1994), *De la proportionnalité vers le théorème de Thalès, point d'appui et évolution du rapport au savoir*. Mémoire de DEA de l'Université de Provence
- MAUSS M. (1936), Les techniques du corps. In M. Mauss (1997), *Sociologie et anthropologie*, 365-386. Paris, Quadrige, PUF.
- MAUSS M. (1967), *Manuel d'ethnographie*. Paris, Payot.
- MERCIER A. (1977), *Les opérateurs-machines*. Mémoire de DEA de l'université de Bordeaux I.
- MERCIER A. (1982), Le temps dans les systèmes didactiques. *Actes de la II^e Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*. Orléans, IREM d'Orléans (épuisé).
- MERCIER A. (1985a), *Le temps des systèmes didactiques*. Notes internes de l'IREM d'Aix-Marseille (non éditées).
- MERCIER A. (1985b), *Les échecs électifs en mathématiques*. Rapport au Groupement de Recherche Coordonnée "Didactique des mathématiques et acquisition des connaissances scientifiques".
- MERCIER A. (1986), Un point de vue introductif à la didactique des mathématiques : du côté

du savoir. Cours. In R. Douady (éd.), *IV^e Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, recueil des textes et comptes rendus*, Paris, IREM et Université Paris 7.

- MERCIER A. (1988), *The "Contrat didactique" Permanent clauses, local and global breaches*. Poster, ICME-VI, Budapest.
- MERCIER A. (1992), *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique*. Thèse de l'université Bordeaux I.
- MERCIER A. (1994), Des études didactiques pourraient-elles aider à l'enseignement des savoirs professionnels ? (le cas des mathématiques dans les pratiques professionnelles). *Didaskalia*, 4, Paris, INRP, pp. 5-20.
- MERCIER A. (1995a), Approche biographique de l'élève et des contraintes temporelles de l'enseignement : un cas en calcul algébrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15, 1. pp. 97-142.
- MERCIER A. (1995b), L'algébrique, une dimension fondatrice des pratiques mathématiques scolaires. In Perrin & alii (éds), *Actes de la VIII^e Ecole d'Eté de didactique des mathématiques*. Paris, IREM, 345-361.
- MERCIER A. (1995c), Le traitement public d'éléments privés du rapport des élèves aux objets de savoir mathématiques. In Arsac G., Grenier D., Tiberghien A. (dir.) *Différentes formes du savoir*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- MERCIER A., (1996a), La création d'ignorance, condition de l'apprentissage, à l'école. In P. Jonnaert & R. Pallascio (éds.), *Les apprentissages mathématiques en situation*. *Revue des Sciences de l'Education*, XXII-2, 345-364.
- MERCIER A. (1996b), Lettres. In C. Blanchard-Laville, Y. Chevallard & M.L. Schubauer-Leoni (éds.) *Regards croisés sur le didactique, un colloque épistolaire de chercheurs*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- MERCIER A. (1996c), Descartes autodidacte ? Le temps de l'apprentissage et le temps de l'étude dans les "Regulae ad directionem ingenii". Conférence, *Colloque "Les 400 ans de Descartes"*, 15 novembre 1996. Orléans, Université d'Orléans-Tours (non publiée).
- MERCIER A. (1997a), La relation didactique et ses effets. In C. Blanchard-Laville (dir.), *Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire. Analyse d'une séquence, l'écriture des grands nombres*. Paris, L'Harmattan.
- MERCIER A. (1997b), L'analyse des pratiques professionnelles peut-elle être un moyen de formation des professeurs ? *Skholê*, 7, 67-92.
- MERCIER A., (1998a), La participation des élèves à l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18, 3. (sous presse).
- MERCIER A., (1998b), Observer l'enseignement. In J. Brun, F. Conne, R. Floris, M.L. Schubauer-Leoni (éds.) *Méthodes d'étude du travail de l'enseignant*. Actes des secondes journées didactiques de La Fouly. Genève, Interactions Didactiques.
- MERCIER A. (1999), La théorie des situations didactiques est-elle une théorie de la connaissance collective ? In F. Conne, G. Lemoyne (éds), *Le cognitif en didactique des mathématiques*. Montréal, Morin.
- MERCIER A., Le contrat didactique dans la théorie des situations. In G. Lemoyne & alii

(eds), *Pour Guy Brousseau*. (à paraître en 2000).

- MERCIER A., BERDOT P., BLANCHARD-LAVILLE C. (1988), Quelques éléments méthodologiques issus de l'analyse de suivis individuels d'élèves en échec en mathématiques. In G. Vergnaud, G. Brousseau, M. Hulin (éds), *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques, Actes du colloque de Sèvres, mai 1987*, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- MERCIER A. & SALIN M-H. (1988), L'analyse a priori, outil pour l'observation. *Actes de l'Université d'été " Didactique et formation des maîtres à l'Ecole Elémentaire "*, juillet 1988, 203-244, Bordeaux, IREM de Bordeaux.
- MERCIER A., SENSEVY G. & SCHUBAUER-LEONI M-L. (1998), How social interactions within the class depend on the teacher's assessment of the various pupil's mathematical capabilities : a case study. In *Symposium 4, 1st Congress of European Research on Mathematical Education. 27-31 août 1998* (édition internet).
- MERCIER A., SCHUBAUER-LEONI M.L., DONCK E. & AMIGUES R. The intention to teach and school learning : the role of time. In A-N. Perret-Clermont (éd) *Time in mind* (sous presse).
- MOPONDI B. (1995), Les explications en classe de mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15.3, 7-52.
- OLIVIER-LECLAIRE F. (1995), *L'enseignement de la méthodologie de résolution de problèmes dans l'enseignement tertiaire*. Mémoire de DEA de l'Université de Provence.
- ORUS-BAGUENA P. (1992), *Le raisonnement des élèves dans la relation didactique : effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire*. Thèse de l'Université Bordeaux I.
- OVAERT J.L. (1978), Calcul numérique. In Collectif, *Encyclopædia Universalis*.
- PARIENTE J.C. (1973), *Le langage et l'individuel*. Collection Philosophies pour l'âge de la science. Paris, Armand Colin.
- PECHEUX M. (1975), *Les vérités de La Palice*. Paris, Maspéro.
- PERRET J-F. (1978 à 1981), Rapport I ; Premières propositions ; Causes subjectives des difficultés. *Enquête romande auprès du corps enseignant de troisième année primaire sur le nouvel enseignement de la mathématique*, Neuchâtel, IRDP.
- PERRIN-GLORIAN M.J. (1992), *Aires de surfaces planes et nombres décimaux, questions didactiques liées aux niveaux C.M.-6e*. Thèse de doctorat d'état, Université Paris 7
- PLATON (v. 428-v. 348 av. J.C.), *Ménon* (1966), Paris, Garnier-Flammarion.
- PORTUGAIS J. (1998), Esquisse d'un modèle des intentions didactiques. In J. Brun, F. Conne, R. Floris, M.L. Schubauer-Leoni (Eds.) *Méthodes d'étude du travail de l'enseignant*. Actes des secondes journées didactiques de La Fouly, avril 1995. Genève, Interactions Didactiques, (sous presse)
- RAJOSON L. (1988), *Analyser la transposition didactique : quelques problèmes, concepts et méthodes de l'abord écologique*. Thèse de troisième cycle, Université d'Aix Marseille II.

- RATSIMBA-RAJOHN, (1977), *Etude de l'introduction ostensive d'un objet mathématique*. Mémoire de DEA de l'Université Bordeaux I.
- RATSIMBA-RAJOHN H. (1992), Contribution à l'étude de la hiérarchie implicative. Application à l'analyse de la gestion didactique des phénomènes d'ostension et de contradictions. Thèse de l'université de Rennes I.
- RAVESTEIN J. (1994), *Autonomie et régulation dans un système didactique. Contribution à l'étude de la complexité du rapport au savoir des élèves de l'école élémentaire*. Thèse de l'Université de Provence.
- REVUZ A. (1980), *Est-il impossible d'enseigner les mathématiques ?* Collection L'éducateur, Paris, Presses Universitaires de France.
- ROGALSKI J., SAMURÇAY R. (1993) Représentations de référence : outils pour le contrôle d'environnements dynamiques. In A. Weill-Fassina, P. Rabardel, D. Dubois *Représentations pour l'action*. Toulouse, Octares.
- ROGALSKI J. & SAMURÇAY R. (1994), Modélisation d'un "savoir de référence" et transposition didactique dans la formation de professionnels de haut niveau. In G. Arsac & alii (éds), *La transposition didactique à l'épreuve de différents savoirs*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- ROSSI P. (1996), *Etude de la dimension technologique de l'algébrique dans la modélisation d'un "problème concret"*. Mémoire de DEA de l'Université de Provence.
- ROUSSEAU J-J. (1762), *Du contrat social ou Principes du droit politique*. (1992), Paris, Flammarion.
- SALIN M.H. (1976), *Le rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire*. Mémoire de DEA de l'Université Bordeaux I.
- SALIN M.H. (1997), Contraintes de la situation didactique et décisions de l'enseignante. In C. Blanchard-Laville (dir.), *Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire. Analyse d'une séquence, l'écriture des grands nombres*. Paris, L'Harmattan.
- SARRAZY B. (1994), *La sensibilité au contrat didactique*. Thèse de l'université Bordeaux I.
- SCHUBAUER-LEONI M.L. (1986a), Le contrat didactique dans l'élaboration d'écritures symboliques par des élèves de 8-9 ans. *Interactions didactiques* 7, Genève, Universités de Genève et de Neuchâtel.
- SCHUBAUER-LEONI M.L. (1986b), *Maître-élève-savoir : analyse psychosociale du jeu et des enjeux de la relation didactique*. Thèse de doctorat. FAPSE, Université de Genève.
- SCHUBAUER-LEONI M.L. (1988), Le contrat didactique dans une approche psycho-sociale des situations didactiques. *Interactions didactiques*, 8, Genève, Universités de Genève et de Neuchâtel.
- SCHUBAUER-LEONI M.L. (1996) Étude du contrat didactique pour des élèves en difficultés en mathématiques. In C. Raïsky et M. Caillot (éds) *Au-delà des didactiques, le didactique*. de Boeck Université pp. 159-189
- SCHUBAUER-LEONI M.L. & PERRET-CLERMONT A.N. (1997), Social interactions and mathematics learning. In T. Nunes & P. Bryant, *Learning and teaching mathema-*

tics. An international perspective. Hove (U.K.) Psychology Press.

- SCHUBAUER-LEONI M.L. & LEUTENEGGER F. (1997), L'enseignante, constructrice et gestionnaire de la séquence. In C. Blanchard-Laville (dir.), *Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire. Analyse d'une séquence, l'écriture des grands nombres.* Paris, L'Harmattan.
- SCHUBAUER-LEONI M.L., LEUTENEGGER F., MERCIER A. (2000), Observation d'interactions didactiques dans une séquence pour l'apprentissage des "grands nombres". In M. Gilly, J.P. Roux (éds) *Apprendre dans l'interaction.* Nancy, Presses Universitaires de Nancy.
- SCHUBAUER-LEONI M.L., MUNCH A.M., KUNZ FELIX M., Approche didactique pour comprendre les pratiques professionnelles de la "petite enfance". *Communication au REF.* Toulouse, 27 octobre 1998.
- SENSEVY G. (1994), *Institutions didactiques, Régulation, Autonomie. Une étude des fractions au Cours Moyen.* Thèse de l'Université de Provence.
- SENSEVY G. (1997a), Désirs, institutions, savoirs. In C. Blanchard-Laville (dir.), *Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire. Analyse d'une séquence, l'écriture des grands nombres.* Paris, L'Harmattan.
- SENSEVY G. (1997b), *Institutions didactiques, étude et autonomie à l'école élémentaire.* Paris, PUF.
- TAMBONE J. (1997), *Identification d'un cas de transposition didactique dans une formation professionnelle, le stage des maîtres d'adaptation option E à l'IUFM d'Aix-Marseille.* Mémoire de DEA de l'université de Provence.
- THEVENOT L. (1993), Essai sur les objets usuels. In B. Conein, N. Dodier & L. Thévenot, *Les objets dans l'action.* Collection Raisons Pratiques, Paris, Editions de l'EHESS.
- TOCHON F. V. (1992), *L'enseignement stratégique, transformation pragmatique de la connaissance dans la pensée des enseignants.* Collection Recherches et pratiques éducatives, Toulouse, Editions Universitaires du Sud, 300 p.
- VERGNAUD G. (1985), Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation. *Psychologie française*, 30, 3-4, 245-252.
- VERGNAUD G. (1991), La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10.2-3, 133-170.
- VERRET M. (1974), *Le temps des études.* Thèse d'Etat, Université de Paris V. (1975), Paris, Librairie Honoré Champion.
- ZAGEFKA P. & MARCY C. (1989), Science scolaire, science médiatisée : à propos des performances des élèves de collège. *Actes du Colloque Finalités des enseignements scientifiques, les 10,11,12 janvier 1989 à Marseille.* Marseille, CCSTI, GRDP, IREM de Marseille.

Résumé

Le texte est organisé en deux parties : *Parcours personnel dans un champ de questions*, et *Synthèse des problèmes d'un domaine de recherches*.

La première partie présente mon parcours biographique en didactique des mathématiques, depuis l'entrée dans la problématique : *Didactique d'un corps de savoirs*, puis l'identification des dimensions principales du didactique : *L'espace-temps didactique scolaire*, et la recherche de leurs déterminations institutionnelles : *La relation didactique et l'institution scolaire*. L'exposé permet une première acculturation avec les systèmes conceptuels les plus largement utilisés et débattus en didactique des mathématiques francophone, la théorie des situations didactiques, TSD, et l'approche anthropologique du didactique, TAD.

On montre le développement de l'approche biographique, une méthode de recherche originale qui permet l'intervention pour l'observation et appartient donc aux méthodes cliniques. Cette méthode produit des questions relatives au savoir dans les institutions, et des questions relatives aux sujets dans les institutions. La question de la mémoire collective est la clé du lien entre ces deux dimensions.

La deuxième partie interroge la consistance des questions produites et des résultats obtenus. Pour travailler cette question on reprend les notions centrales de "situation" et de "adidacticité". Deux grands types de questions sont alors étudiés : l'étude et son organisation, le savoir comme mémoire collective. La méthode clinique comme évolution de l'approche biographique est alors mise en place comme l'outil central des études à venir.

Summary

This paper has two parts: 'Personal tour in a field of questions', and 'The problems from a domain of researches'.

Part I presents my background in mathematics education, since the beginning: 'Teaching a piece of knowledge' and identifying key dimensions of teaching: 'The didactic space-time in schools', and the determinations of their institutional dimensions: 'The didactic relationship in educational institutions'. This presentation provides an conceptual acculturation with the most widely used and discussed theories in the French speaking area in mathematics didactics, the theory of didactic situations, TSD, and the anthropological approach to teaching, TAD. It shows the development of a biographical method that allows observation and intervention, which defines therefore a clinical method. This method produces questions about life and death of knowledge in institutions, issues and topics in the institutions. The question of collective memory is the key link between these two dimensions.

Part II questions the consistency of the questions and results produced. To work out this issue we take two central notions *situation* and *adidacticity*. Then, two major types of questions are studied: the teaching/learning gap, which supposes *studying* and its organization, in the, and knowledge as a collective phenomenon in classrooms, which supposes *collective memory*. The evolution of our biographical approach into a clinical method is then our central aim for future studies.